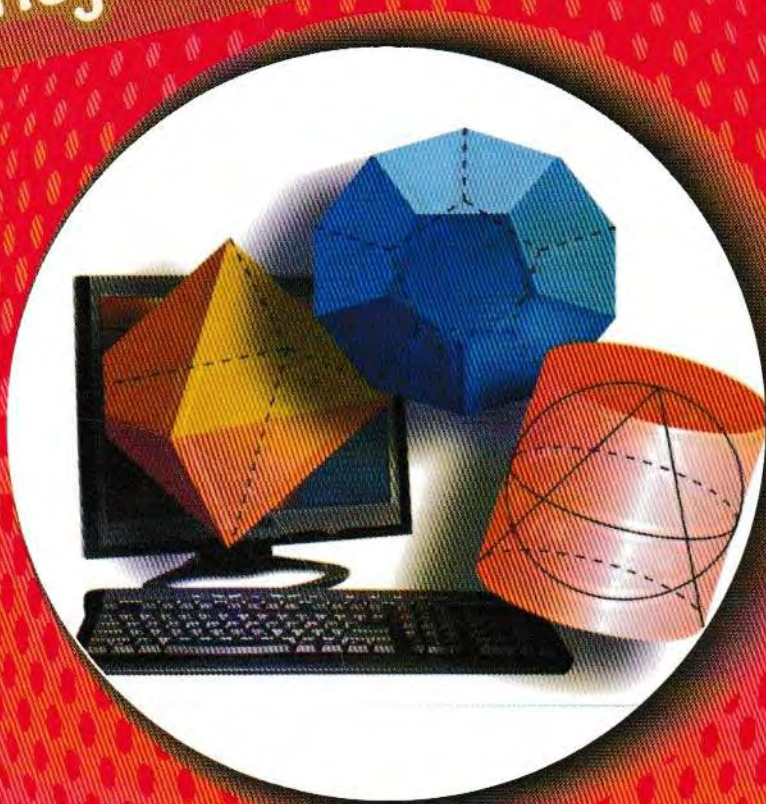


5

Proporcionalidad - Semejanza de Triángulos

Teoría y Práctica

G
E
O
M
E
T
R
Í
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Manuel Guevara - Luis Lazo

FONDO EDITORIAL
ARODO

5

PROPORCIONALIDAD - SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

Teoría y Práctica

G
E
O
M
E
T
R
Í
A



¡Full CEPRES!
+ EXAMENES DE ADMISION

Manuel Guevara - Luis Lazo

FONDO EDITORIAL
AROD

PRESENTACIÓN

El **Fondo Editorial RODO** es un grupo educativo con formado por profesionales de experiencia que por muchos años vienen participando en el análisis y producción de textos acordes con las necesidades del sistema educativo. Conocedores de la realidad de nuestro educando que día a día nos muestra la interacción con ellos en las aulas de clase y poniendo de manifiesto nuestro compromiso como educadores hemos asumido el reto de contribuir a elevar el nivel académico de manera integral.

Continuando con la elaboración de nuestra colección con miras al ciclo académico 2013, en esta oportunidad presentamos el texto teórico - práctico denominado **TEMAS SELECTOS DE GEOMETRÍA**, desarrollado con la gran experiencia de nuestro grupo humano. Caracterizándolo así por el rigor y la exigencia académica, ya que abarca los temas y preguntas solicitadas según la currícula de los centros preuniversitarios de las universidades más importantes del país relacionados con el curso.

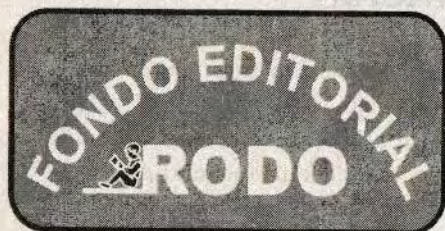
Esta obra es la continuación de nuestra serie de publicaciones, caracterizada por la calidad e innovación constatada en los miles de ingresantes que han tenido como apoyo nuestras colecciones, esperando los comentarios y sugerencias las cuales sabremos aceptar

La presente serie de boletines consta de una sección teórica, donde se muestra toda la teoría referente al capítulo o capítulos mostrados en el boletín, luego se determina una sección de 100 problemas resueltos por los autores clasificados por nivel de exigencia de menor a mayor dificultad, explicados de manera clara y sencilla que servirá tanto para alumnos que recién empiezan su camino a la universidad, como alumnos de nivel avanzado, dándole nuevas alternativas de solución, luego se cuenta con 100 problemas propuestos con sus respectivas claves para que el alumno mida su nivel de comprensión respecto al capítulo con problemas de igual exigencia que la sección anterior, por último se muestra una sección de exámenes de admisión del curso en mención, con soluciones explicadas de la mejor manera.

Fondo Editorial RODO

De: Walter Z. Benítez Nuñez.

PROPORCIONALIDAD - SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS



GEOMETRÍA- TEMA SELECTO 05, 1ra Edición

No está permitida la reproducción total o parcial de este libro, tampoco su tratamiento informático, ni la transmisión de ninguna forma o por cualquier medio, ya sea electrónico, mecánico, por fotocopia, por registro u otros métodos, sin el permiso previo y por escrito de los titulares del copyright.

DERECHOS RESERVADOS © Marzo 2014 por

FONDO EDITORIAL RODO

de Walter Z. Benitez Nuñez

Av. Venezuela 979 Of. 205 - Breña

LIMA 05, PERÚ ☎ 424-6350 📠 992-796104

Hecho el Depósito Legal en la Biblioteca Nacional del Perú

Nº: 2014-03546

EQUIPO PEDAGÓGICO

Manuel Guevara

Luis Lazo

DIAGRAMACIÓN, DIGITACIÓN Y GRÁFICOS

José Miguel Gallo Ballena

IMPRESO EN PERÚ PRINTED IN PERÚ

Impreso en los Talleres Gráficos de **CORPORACIÓN PIANCASH S. A. C.**

Jr. Chancay 446 Of. 112 - Lima 01

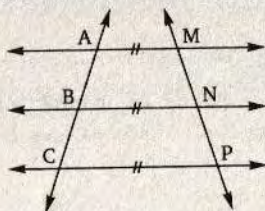
PROPORCIONALIDAD DE SEGMENTOS

DEFINICIÓN

Si en una recta se tiene los puntos consecutivos A, B y C, entonces la fracción $\frac{AB}{BC}$ es denominada razón de los segmentos AB y BC.

TEOREMA DE TALES

Dados los puntos A - B - C, en una recta, y los puntos M - N - P en otra recta, si las rectas AM, BN y CP son paralelas, entonces la razón de los segmentos AB y BC es igual a la razón de los segmentos MN y NP.



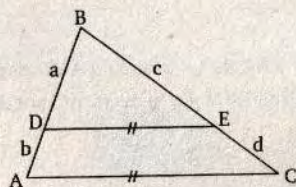
En el gráfico: $\overline{AM} \parallel \overline{BN} \parallel \overline{CP}$

Entonces:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{MN}{NP}$$

Corolarios:

1)

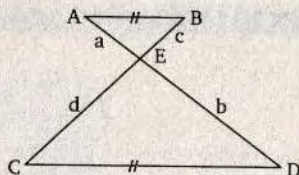


Si: $\overline{DE} \parallel \overline{AC}$

Entonces:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

2)

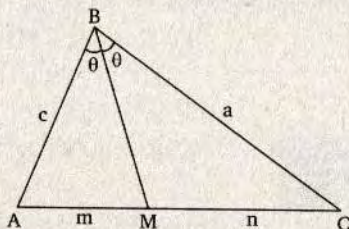
Si: $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

Entonces:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

PROPIEDADES RELATIVAS A LA BISECTRICES DE UN TRIÁNGULO**Teorema:**

La razón de los lados AB y BC de un triángulo ABC es igual a la razón de los segmentos AM y MC determinados en el lado AC por la bisectriz interior BM de dicho triángulo.

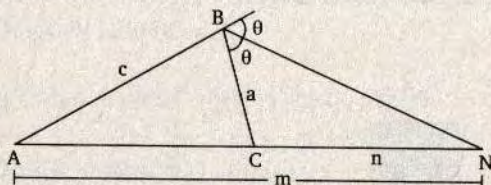


En el gráfico:

$$\frac{c}{a} = \frac{m}{n}$$

Teorema:

La razón entre los lados AB y BC de un triángulo ABC, siendo $AB > BC$, es igual a la razón de los segmentos AN y NC determinados en la recta AC por la bisectriz exterior BN de dicho triángulo.

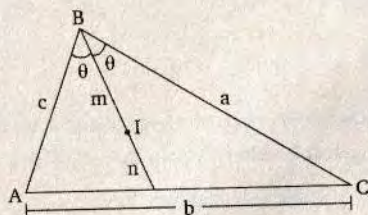


En el gráfico:

$$\frac{c}{a} = \frac{m}{n}$$

Teorema:

La razón entre la suma de las longitudes de dos lados de un triángulo y la longitud del tercer lado es igual, a la razón del mayor y el menor de los segmentos determinados por el incentro en la bisectriz interior relativa al tercer lado.



En el gráfico:

I: Incentro de triángulo ABC

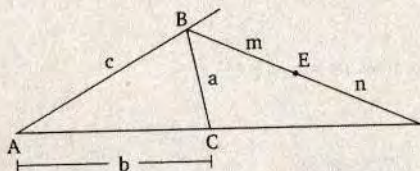
$$\frac{m}{n} = \frac{c+a}{b}$$

OBSERVACIONES

En una bisectriz interior, la parte que está entre el vértice y el incentro es mayor que la otra, que está entre el incentro y el pie de la bisectriz interior.

Teorema:

La razón entre la diferencia de longitudes de dos lados de un triángulo y el tercero, es igual a la razón del menor y el mayor de los segmentos determinados por el excentro en la bisectriz exterior relativa al tercer lado.



En el gráfico:

E: Excentro del triángulo ABC

$$\frac{m}{n} = \frac{c-a}{b}$$

OBSERVACIONES

En una bisectriz exterior, la parte comprendida entre el vértice y el excentro es menor que la otra parte, que se encuentra entre el excentro y el pie de la bisectriz exterior.

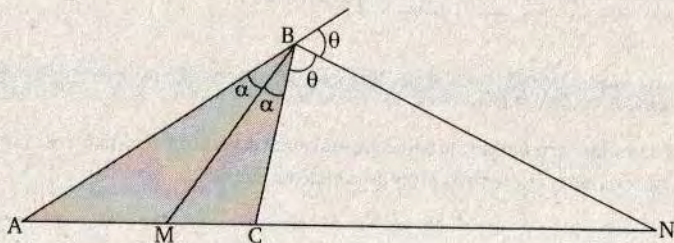
CUATERNA ARMÓNICA

Es una hilera de puntos $A - B - C - D$, tal que se cumple:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{CD}$$

Teorema:

Si se trazan, desde un vértice de un triángulo, la bisectriz interior y la bisectriz exterior, los pies de estas bisectrices y los otros dos vértices del triángulo forman una cuaterna armónica.



En el gráfico:

$\overline{BM}$: Bisectriz interior

$\overline{BN}$: Bisectriz exterior

Se cumple que:

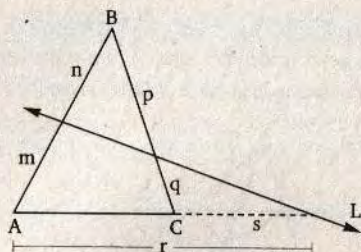
$A - M - C - N$: Forman una cuaterna armónica.

Es decir:

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AN}{CN} \quad \text{o} \quad (AM)(CN) = (MC)(AN)$$

TEOREMA DE MENELAO

Toda recta que corte a dos lados de un triángulo y a la prolongación del otro determina en cada lado 2 segmentos, si tomamos tres de estos seis segmentos con la condición que no tengan extremos comunes, el producto de estos segmentos es igual al producto de los otros tres.



En el gráfico:

$\overline{L}$: Recta secante a $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y a la prolongación de $\overline{AC}$

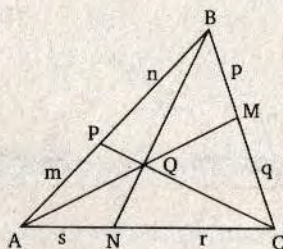
m , n , p , q , r y s : Longitudes de los segmentos determinados en los lados del triángulo ABC .

Se cumple:

$$spm = rqn$$

TEOREMA DE CEVA

Al trazar tres cevianas interiores en un triángulo de tal manera que sean concurrentes se determinan dos segmentos en cada lado, si tomamos tres de estos segmentos con la condición que no tengan extremos comunes, el producto de éstos es igual al producto de los otros tres.



En el gráfico:

$\overline{AM}$, $\overline{BN}$ y $\overline{CP}$: Cevianas interiores del $\triangle ABC$, concurrentes en Q .

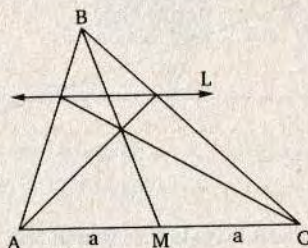
m , n , p , q , r y s : Longitudes de los segmentos determinados en los lados del $\triangle ABC$.

Se cumple:

$$snq = mpr$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05**Corolario**

Si de las tres cevianas interiores concurrentes, una de ellas es mediana, entonces la recta que pasa por los pies de las otras dos es paralela al lado al cual es relativa la mediana.



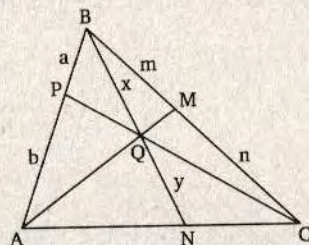
Si: $\overline{BM}$ es mediana

Entonces:

$$\overline{L} // \overline{AC}$$

TEOREMA DE VAN AUBEL

Al trazar tres cevianas interiores en un triángulo que sean concurrentes se cumple que el punto de concurrencia divide a cada ceviana en dos segmentos cuya razón es igual a la suma de las razones en que las otras dos cevianas dividen a sus correspondientes lados relativos.



En el gráfico:

$\overline{AM}$, $\overline{BN}$ y $\overline{CP}$: Cevianas interiores del $\triangle ABC$ concurrentes en Q.

Se cumple:

$$\frac{x}{y} = \frac{a}{b} + \frac{m}{n}$$

SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

DEFINICIÓN

Dos triángulos semejantes son tales, que a uno podemos denotarlo con ABC y al otro con MNP, de tal forma que entre ellos se puede establecer una correspondencia biunívoca del modo siguiente.

Ángulos

$$m\angle A = m\angle M$$

$$m\angle B = m\angle N$$

$$m\angle C = m\angle P$$

Lados

$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CA}{PM} = k$$

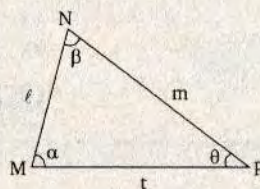
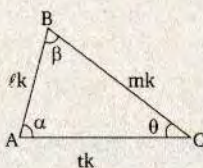
El valor de k, conocido como constante de proporcionalidad, es llamado en este contexto, "razón de semejanza de los triángulos ABC y MNP"

Simbología:

El símbolo a usar para representar la semejanza es "~", el cual se lee "es semejante a" y lo utilizaremos para la notación de la semejanza entre dos triángulos, así por ejemplo, para los triángulos antes mencionados podemos usar la siguiente notación.

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP$$

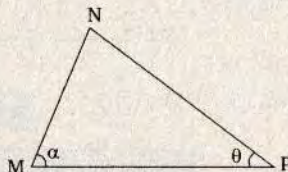
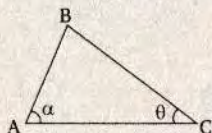
Esto puede representarse gráficamente de la siguiente manera:



CRITERIOS PARA ESTABLECER LA SEMEJANZA DE DOS TRIÁNGULOS

Teorema:

Si las medidas de dos ángulos de un triángulo, son iguales a las medidas de dos ángulos de otro triángulo, estos son semejantes.



Observe que:

$$m\angle A = m\angle M \text{ y } m\angle C = m\angle P$$

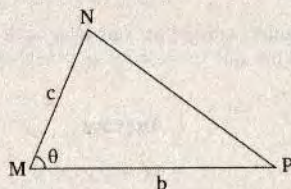
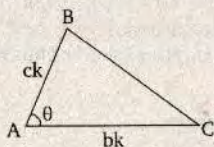
Entonces:

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05

Teorema:

Si dos lados de un triángulo son proporcionales a dos lados de otro y los ángulos que respectivamente ellos determinan tienen medidas iguales; entonces dichos triángulos son semejantes.



Observe que:

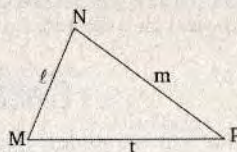
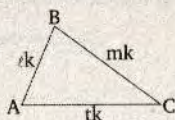
$$\frac{AB}{AC} = \frac{MN}{MP} \text{ y } m\angle A = m\angle M$$

Entonces:

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP$$

Teorema:

Dados los triángulos ABC y MNP, si: $\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CA}{PM} = k$; entonces dichos triángulos son semejantes.



Observe que:

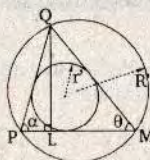
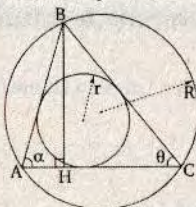
$$\frac{AB}{MN} = \frac{BC}{NP} = \frac{CA}{PM} = k$$

Entonces:

$$\triangle ABC \sim \triangle MNP$$

**OBSERVACIONES**

Cuando dos triángulos son semejantes, se verifica que sus elementos lineales homólogos son proporcionales.



Observe que:

$$\triangle ABC \sim \triangle PQM$$

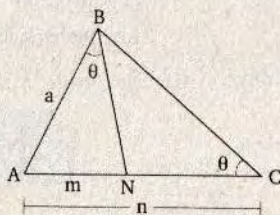
Entonces:

$$\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QM} = \frac{AC}{PM} = \frac{BH}{QL} = \frac{r}{r'} = \frac{R}{R'} = \frac{2p_{ABC}}{2p_{PQM}} = \dots = k$$

k: Razón de semejanza de los triángulos ABC y PQM

TEOREMAS

1)



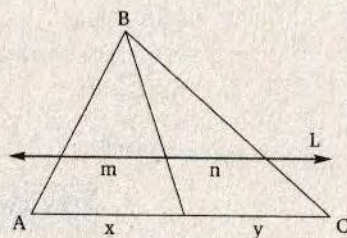
En el gráfico:

$$m \angle ABN = m \angle C$$

Se cumple:

$$a^2 = m \cdot n$$

2)

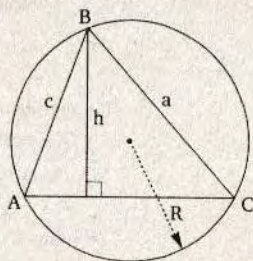


Si: $\overleftrightarrow{L} \parallel \overline{AC}$

Entonces:

$$\frac{m}{n} = \frac{x}{y}$$

3)



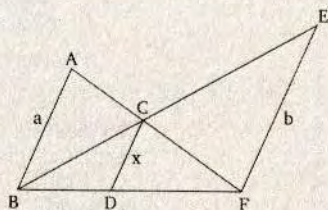
En el gráfico:

R: Circunradio del $\triangle ABC$

Se cumple:

$$ac = 2hR$$

4)

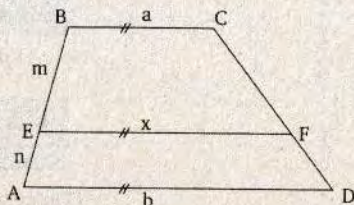


Si: $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$

Se cumple:

$$x = \frac{ab}{a+b}$$

5)



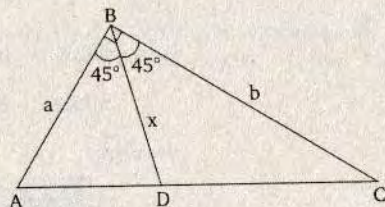
Si:

$\overline{BC} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{AD}$

Se cumple:

$$x = \frac{an + bm}{n + m}$$

6)



En el gráfico:

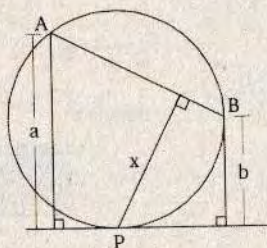
$$m\angle ABC = 90^\circ$$

 $\overline{BD}$: Bisectriz interior de $\triangle ABC$

Se cumple:

$$x = \left(\frac{ab}{a+b} \right) \sqrt{2}$$

7)



En el gráfico:

P: Punto de tangencia

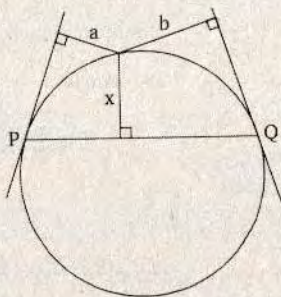
 $\overline{AB}$: Cuerda

Se cumple:

$$x = \sqrt{ab}$$

(Teorema de Pappus)

8)



En el gráfico

P y Q: Puntos de tangencia.

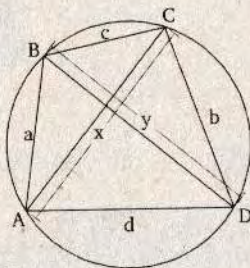
 $\overline{PQ}$: Cuerda

Se cumple:

$$x^2 = ab$$

(Teorema de Pappus)

9)



En el gráfico:

ABCD: Cuadrilátero inscrito

Se cumple:

$$xy = ab + cd$$

(Teorema de Ptolomeo)

$$\frac{x}{y} = \frac{ad + bc}{ac + bd}$$

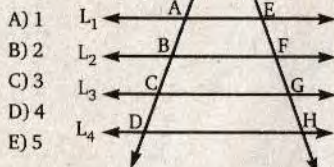
(Teorema de Viette)

PROBLEMAS RESUELTOS

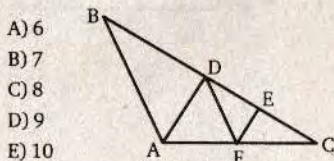
1. En el gráfico $\overline{L_1} // \overline{L_2} // \overline{L_3} // \overline{L_4}$;

$AB=6$ cm; $CD=4$ cm y $3(EG) = 4(FH)$

Calcule BC.



2. En el gráfico, si $\overline{AB} // \overline{DF}$; $\overline{AD} // \overline{EF}$;
 $BD = 10$ cm y $DE = 6$ cm. Calcule EC.



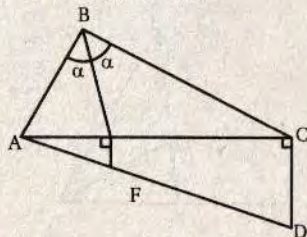
3. En un $\triangle ABC$ se trazan las bisectrices interior $\overline{BD}$ y exterior $\overline{BE}$.

Si $AB = 20$ cm, $BC = 10$ cm y

$AC = 21$ cm, calcule DE.

- A) 24 B) 26 C) 28
 D) 30 E) 25

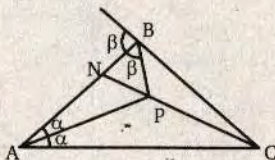
4. En el gráfico, si $BC = 16$ cm, $AF = 6$ cm
 y $FD = 8$ cm, calcule AB.



- A) 10 B) 12 C) 14
 D) 16 E) 9

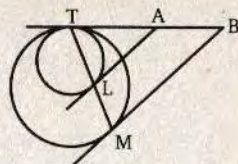
5. En el gráfico, si $BP = 3$ cm, $AC = 8$ cm
 y $CB = 7$ cm, calcule AN

- A) 3
 B) 4
 C) 6
 D) 5
 E) 2



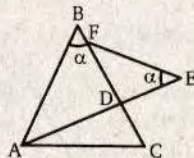
6. Según el gráfico, si $TL = 3(LM)$ y
 $AL = 9$ cm, calcule MB (T, L y M son
 puntos de tangencia).

- A) 8
 B) 6
 C) 12
 D) 15
 E) 10

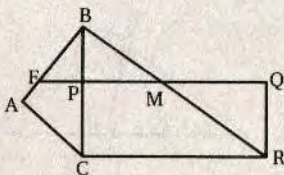


7. Del gráfico, si $AB=BC$, $AD=AC=6$ cm
 y $FE = 4$ cm, calcule: $\frac{FD}{DC}$.

- A) 1/2
 B) 2/3
 C) 3
 D) 2
 E) 1/5



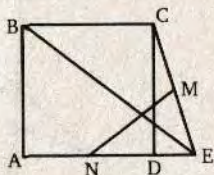
8. En el gráfico, el $\triangle ABC$ es equilátero y
 $CPQR$ es un rectángulo. Si: $PM = 2$ cm
 y $4(AF) = 6(FB)$, calcule MQ.



- A) 4 B) 8 C) 6
 D) 10 E) 7

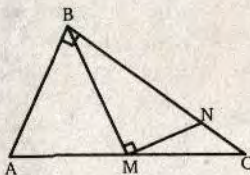
9. Del gráfico, ABCD es un cuadrado; si $CM = ME$, $AN = ND$ y $BE = 24$ cm, calcule MN.

- A) 12
B) 10
C) 8
D) 14
E) 15



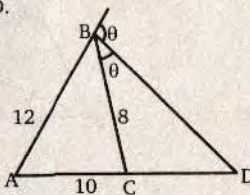
10. Según el gráfico, si $AB = 4$ cm, $AC = 6$ cm y M es punto medio, calcule MN.

- A) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
B) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$
C) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$
E) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

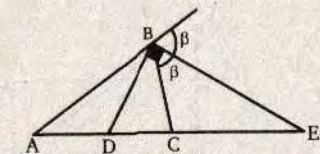


11. Hallar CD.

- A) 20
B) 15
C) 24
D) 18
E) 16



12. Si: $AD = 3$, $DC = 2$. Hallar CE

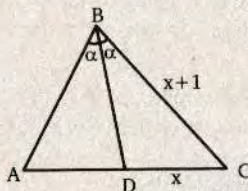


- A) 10
B) 12
C) 8
D) 15
E) 9

13. La sombra proyectada por una casa es de 35m. La casa tiene dos pisos de 4m de altura el primer piso y de 3m el segundo. ¿Cuánto mide la sombra proyectada por el segundo piso?

- A) 10 m
B) 20 m
C) 15 m
D) 12 m
E) 8 m

14. Si: $2(AB) = 5(AD)$. Hallar "x".

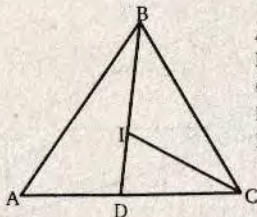


- A) $\frac{5}{2}$
B) $\frac{2}{5}$
C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{2}{3}$
E) $\frac{3}{2}$

15. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior $\overline{BD}$, tal que $AB = DC$, $BC = 9$ y $AD = 4$, Hallar su perímetro.

- A) 20
B) 25
C) 30
D) 18
E) 24

16. En el gráfico mostrado: $ID = \frac{AC}{4}$ y el perímetro del triángulo ABC es 20 ("I" es incentro). Hallar BD.

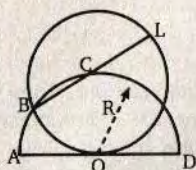


- A) 3
B) 5
C) 6
D) 4
E) 8

17. En un triángulo isósceles ABC ($AB=BC$); la bisectriz interior $\overline{AF}$ intersecta a la altura $\overline{BH}$ en E, Si $AE=6$, $EF=4$ y $BE=12$, Hallar EH.

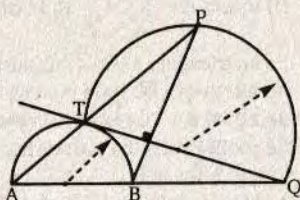
A) 3 B) 4 C) 5
D) 4,5 E) 2

18. $\widehat{AB}=\widehat{BC}$; $BC=6$ y $CL=2$. Hallar "R"



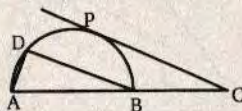
A) $2\sqrt{3}$
B) $4\sqrt{3}$
C) $\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$
E) $5\sqrt{3}$

19. Según el gráfico hallar $\frac{TH}{HQ}$ siendo T punto de tangencia.



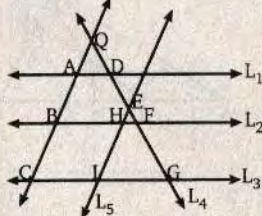
A) $\frac{2}{3}$ B) $\frac{3}{4}$ C) $\frac{1}{2}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{4}{5}$

20. En el gráfico AB es diámetro $\overline{BD} \parallel \overline{CP}$; $AD=1$ y $BC=10$, Hallar AB.



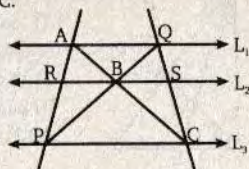
A) 4 B) 6 C) 5
D) 10 E) 7

21. En la figura, $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ y $L_4 \parallel L_5$. Si $AQ=EF=4$ cm, $FG=2HI=6$ cm y $CI=3HF$, Halle DE.



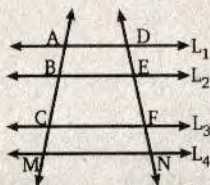
A) 5 cm B) 4 cm C) 6 cm
D) 7 cm E) 3 cm

22. En la figura, $L_2 \parallel L_3$, $BC \cdot BQ = BA \cdot BP$. Si $AR=2$ m, $AP=5$ m y $QS=3$ m, halle SC.



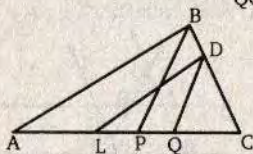
A) 5,6 m B) 5,2 m C) 4,8 m
D) 4 m E) 4,5 m

23. En la figura, $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3 \parallel L_4$, $\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2}$, $BC=4$ cm y $DE=2$ cm. Hallar FN.



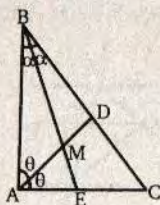
A) 1 cm B) $\frac{3}{2}$ cm C) $\frac{1}{4}$ cm
D) $\frac{1}{2}$ cm E) 2 cm

24. En la figura, $\overline{AB} \parallel \overline{LD}$ y $\overline{BP} \parallel \overline{DQ}$. Si $AL=2$ cm y $LC=4$ cm, hallar $\frac{PO}{QC}$.



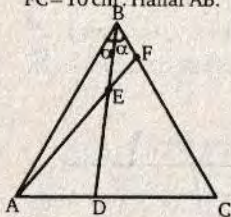
- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{3}$ C) $\frac{2}{3}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{3}{4}$

25. En la figura, $BE=4ME$ y $AC=4$ cm. Halle el perímetro del triángulo ABC.



- A) 13 cm
B) 14 cm
C) 16 cm
D) 20 cm
E) 12 cm

26. En la figura, $DE=3BE$, $BF=2$ cm y $FC=10$ cm. Hallar AB.

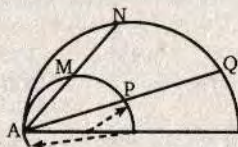


- A) 15 cm
B) 21 cm
C) 18 cm
D) 14 cm
E) 24 cm

27. En un triángulo ABC, el ángulo en B mide 120° . Si numéricamente $\frac{1}{AB} + \frac{1}{BC} = \frac{2}{15}$, hallar la longitud de la bisectriz interior $\overline{BP}$ en metros.

- A) 6,2 m B) 7,5 m C) 8,2 m
D) 9 m E) 12 m

28. En el gráfico $2(AM)=3(MN)$, si $AP=12$, calcule PQ sabiendo que A es punto de tangencia.



- A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 14

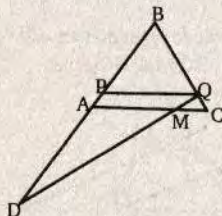
29. En un triángulo ABCD se traza la bisectriz interior $\overline{AM}$. Sea I el incentro y E el excentro correspondiente al cateto $\overline{BC}$. Si $MI=4$ cm y $EM=12$ cm, hallar AE.

- A) 30 cm B) 26 cm C) 24 cm
D) 20 cm E) 18 cm

30. En un triángulo ABC, la mediatriz de $\overline{AC}$ interseca a $\overline{BC}$ y a la prolongación de $\overline{AB}$ en E y D, respectivamente, si $CE=5(BE)$ y $AD=20$, calcule BD.

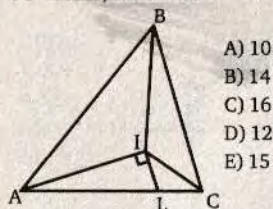
- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

31. En la figura, $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$. Si $4AD=6AB$; $BQ=3QC$ y $MQ=2$ cm, hallar MD.



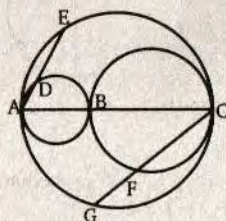
- A) 10 cm B) 4 cm C) 6 cm
D) 8 cm E) 12 cm

32. En el gráfico $\overline{BI}$, $\overline{AI}$ y $\overline{CI}$ son bisectrices del triángulo ABC. Si $LC=8\text{cm}$, $BC=18\text{cm}$, calcule IC.



- A) 10
B) 14
C) 16
D) 12
E) 15

33. En la, $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ son diámetros; A, B y C son puntos de tangencia. Si $AD=1\text{m}$, $DE=3\text{m}$ y $FG=\frac{4}{3}$. Halle FC.

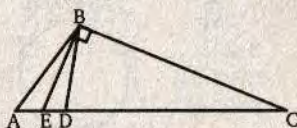


- A) 4,5 m
B) 4 m
C) 5 m
D) 5,2 m
E) 5,5 m

34. En un triángulo obtusángulo ABC, obtuso en B, se traza la ceviana interior BM; de tal manera que $m\angle MBA = m\angle BCA$ y $3(AM) = 2(MC)$. Calcule $m\angle ACB$, si $m\angle BMC = 30^\circ$.

- A) 37° B) 38° C) $\frac{53^\circ}{2}$
D) $\frac{37^\circ}{2}$ E) 42°

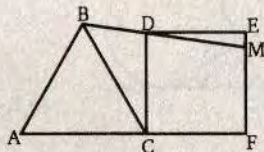
35. En la figura, $\overline{BE}$ es bisectriz del triángulo ABD. Si $2AB=3BD$ y $ED=6\text{cm}$, halle AC.



- A) 45 cm B) 42 cm C) 39 cm
D) 36 cm E) 30 cm

36. En el gráfico, los polígonos ABC y CDEF son regulares y de igual perímetro (isoperimétricos).

Calcule $\frac{BD}{DM}$



- A) 1 B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{4}{5}$

37. Un cuadrilátero ABCD es inscriptible y sus diagonales se intersectan en E.

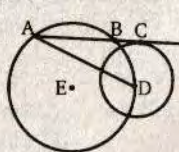
Si $\frac{AE}{BE} = \frac{AE}{BE} = 2$, halle $\frac{EC}{ED}$

- A) $\frac{2}{3}$ B) 2 C) $\frac{1}{3}$
D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

38. En un triángulo ABC, se trazan las bisectrices interior y exterior BD y BE. Si $AB=8$, $BC=6$ y $AC=7$, Calcule DE.

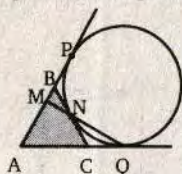
- A) 18 B) 21 C) 22
D) 24 E) 27

39. En la figura, D y E son centros de las circunferencias cuyos radios miden 2 m y 6 m, C punto de tangencia. Halle AD.BD



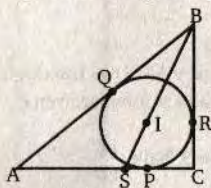
- A) 24 m^2
B) 21 m^2
C) 18 m^2
D) 30 m^2
E) 20 m^2

40. En el gráfico, calcule BM si $BN=NC=2$ y $AC=4$, (P, Q y N son puntos de tangencia).



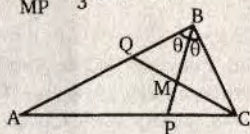
- A) 1
B) 1,5
C) 1,8
D) 2
E) 2,4

41. En la figura, I es el centro de la circunferencia inscrita. Si $AB=30$ m, $BC=26$ m y $AC=28$ m, P, Q y R son puntos de tangencia, halle SP.



- A) 0,8 m
B) 0,5 m
C) 1 m
D) 1,5 m
E) 2 m

42. En la figura, $AB=16$ m y $BC=4$ m. Si $\frac{BM}{MP} = \frac{1}{3}$, halle QB.

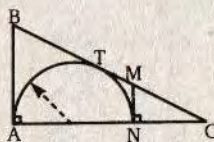


- A) 2 m B) 2,5 m C) 1 m
D) 1,5 m E) 1,8 m

43. En un triángulo ABC, $AB=5$ m, $BC=9$ m y $AC=6$ m, por el incentro I se trazan las paralelas a $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ que intersecan a $\overline{AC}$ en P y Q respectivamente. Halle PQ.

- A) 1,5 m B) 1,8 m C) 2 m
D) 2,1 m E) 2,5 m

44. En el gráfico, si $AB=10$ cm, $MN=6$ cm, calcule MC (T es punto de tangencia).



- A) 22
B) 20
C) 24
D) 18
E) 30

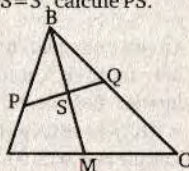
45. En la figura, I es el incentro del triángulo ABC. Si $BI=5$ m y $ED=2$ m, halle IE.

- A) $(\sqrt{11}-1)$ m
B) $(2\sqrt{3}-1)$ m
C) $(\sqrt{10}-1)$ m
D) 2 m
E) $(2\sqrt{2}-1)$ m



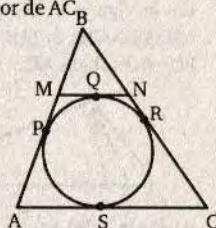
46. Si $AB=9$; $BC=12$, $\overline{BM}$ es mediana, $BP=BQ$ y $QS=3$, calcule PS.

- A) 3
B) 3,6
C) 3,5
D) 4
E) 6



47. En la figura, P, Q, R y S son puntos de tangencia, $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$. Si $AB=21$ m, $BC=27$ m y $MN=8$ m, halle el mayor valor de AC.

- A) 26 m
B) 22 m
C) 28 m
D) 25 m
E) 24 m

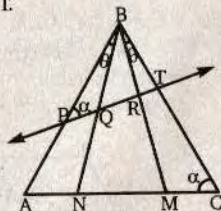


48. En un triángulo ABC, la altura $\overline{BH}$ y la mediana $\overline{CM}$ se intersectan en D. Si $BD=AC$, halle $m\hat{A}CM$.

A) 53° B) 48° C) 37°
D) 45° E) 30°

49. Según el gráfico, $AN=MC$, $PQ=7$ cm. Calcule RT.

A) 4
B) 5
C) 6
D) 7
E) 8



50. En un triángulo ABC, I es el incentro y E es el excentro relativo a $\overline{BC}$. Si $AB=3$ m, $AC=5$ m y $AI=2$ m, halle IE.

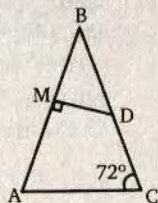
A) 5,4 m B) 5,6 m C) 5,5 m
D) 5 m E) 6 m

51. Del punto medio P del cateto AB de un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la perpendicular PH a la hipotenusa AC; de tal manera que $AH=6$ cm y $HC=9$ cm. Calcule PB.

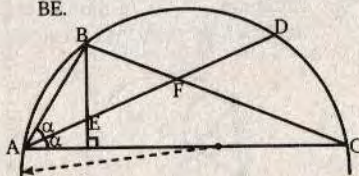
A) $2\sqrt{5}$ B) $3\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{5}$
D) $5\sqrt{5}$ E) $\sqrt{5}$

52. En la figura, $2AM=2MB=BC$ y $CD=2$ cm. Halle AC.

A) $(\sqrt{5}+1)$ cm
B) $(\sqrt{5}+2)$ cm
C) 3 cm
D) $(\sqrt{3}+1)$ cm
E) $(\sqrt{5}-1)$ cm

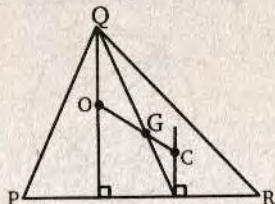


53. En el gráfico, $AE=6$ y $FD=8$, calcule BE.



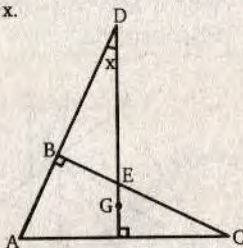
A) 4 B) $4\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$
D) 7 E) $7\sqrt{2}$

54. En la figura, O, G y C son ortocentro, baricentro y circuncentro, respectivamente, del triángulo (O, G y C colineales). Si $OG=4$ m, halle OC.



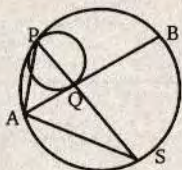
A) 6 m B) 6,5 m C) 6,6 m
D) 7,2 m E) 7,5 m

55. En la figura, G es baricentro del triángulo ABC. Si $GE=1$ m y $ED=3$ m, halle x.



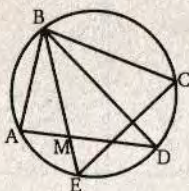
A) $\frac{37^\circ}{2}$ B) 45° C) $\frac{53^\circ}{2}$
D) $\frac{45^\circ}{2}$ E) 30°

56. En la figura, P y Q son puntos de tangencia. Si numéricamente $AQ \cdot PS = 6$, AP , halle AS en metros.



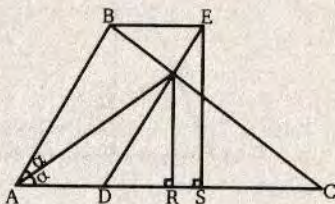
- A) 9 m B) 7 m C) 4 m
D) 5 m E) 6 m

57. Si $m\widehat{AE} = m\widehat{ED} = m\widehat{DC}$, $AB = 3$ cm, $BM = 4$ cm y $BN = 6$ cm, calcule BC.



- A) 5 cm B) 6 cm C) 7 cm
D) 8 cm E) 9 cm

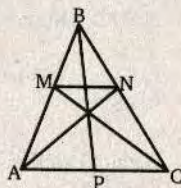
58. En el gráfico, si $\overline{BE} \parallel \overline{AC}$, $7(AB) = 5(AC)$ y $DR = 14$ cm, calcule RS.



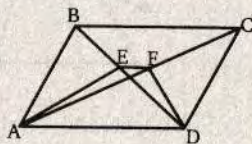
- A) 10 B) 12 C) 8
D) 6 E) 9

59. En la figura, $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$ y $AC = 9$ cm. Halle AP .

- A) 4,8 m
B) 5,4 m
C) 4 m
D) 4,5 m
E) 6 m



60. En la figura, ABCD es un romboide, $\overline{AE}$ y $\overline{DF}$ son bisectrices de $\widehat{BAD}$ y $\widehat{ADC}$ respectivamente. Si $AB = 4$ m y $BC = 6$ m, hallar EF.



- A) $\frac{2}{3}$ m B) $\frac{6}{5}$ m C) $\frac{3}{4}$ m
D) $\frac{4}{3}$ m E) $\frac{4}{5}$ m

61. En un triángulo ABC, por el punto de intersección de las medianas $\overline{BM}$ y $\overline{CN}$ se traza una recta secante que intercepta a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos P y Q. Si $AP = 3$ y $PB = 9$ u $BQ = 12$ u, entonces la longitud (en u) de $\overline{CQ}$ es:

- A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

62. En un triángulo ABC, se trazan las bisectrices $\overline{BD}$, $\overline{DE}$ y $\overline{DF}$ de los ángulos ABC, ADB y BDC respectivamente.

Si $FC = \frac{1}{5} BC$

$BF = 12$ cm y $AE = 5$ cm, entonces AB(en cm) es:

- A) 6 B) 11 C) 15
D) 18 E) 20

63. Las paralelas L_1, L_2, L_3 intersectan a las secantes S_1 en A, B y C y a S_2 en E, F y G respectivamente; siendo $AC=6$ u, $EG=9$ u, $FG-BC=1$ u. Entonces, BC es en u

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

64. En el triángulo ABC, $AB=16$ u, $BC=4$ u, la bisectriz $\overline{BQ}$ y la ceviana CF es tal que $\overline{BQ} \cap \overline{CF} = \{M\}$, $MQ=3MB$. Halle BF (en u).

A) 1,0 B) 1,5 C) 1,8
D) 2,0 E) 2,4

65. En una circunferencia de diámetro AB, en la prolongación de $\overline{AB}$ se ubica el punto Q y las trazan la secante QMN y la perpendicular $\overline{EF}$ a AB ($\overline{AM} \cap \overline{NB} = \{E\}$ y F en AB). Si $AF=7$ u y $FB=2$ u, entonces BQ (en u) es

A) 2,4 B) 3,0 C) 3,6
D) 4,2 E) 4,8

66. En un rectángulo ABCD, en el lado $\overline{AD}$ se ubican los puntos P y Q tal que $\overline{AP} \cong \overline{PQ} \cong \overline{QD}$. La diagonal $\overline{AC}$ intercepta a $\overline{BP}$ en E y a $\overline{BQ}$ en F. Si $AC=20$ u entonces la longitud (en u) de $\overline{EF}$ es

A) 1 B) 1,5 C) 2
D) 2,5 E) 3

67. Se tiene un triángulo rectángulo ABC, recto en B, en $\overline{AC}$ se ubican los puntos P y Q tal que $AP=1$ u, $QC=2$ u y $m\angle ABP = m\angle CBQ = 30^\circ$. Calcule PQ (en u).

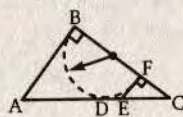
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{3}$
D) 3 E) 2

68. En un trapecio ABCD, $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, en $\overline{CD}$ se ubica el punto medio F, $\overline{AF} \cap \overline{BD} = \{E\}$, además $\overline{BC} \cap \overline{AF} = \{G\}$. Si $AE=4$ u, $EF=3$ u, entonces FG (en u) es

A) 21 B) 22 C) 23
D) 24 E) 28

69. En la figura, se tiene una semicircunferencia con diámetro $\overline{BF}$, donde D es punto de tangencia. Si $AD=3$ m, $EC=2$ m. Calcule AC (en m).

A) 6,0
B) 6,4
C) 6,8
D) 7,2
E) 7,6

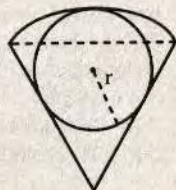


70. En un triángulo ABCD se trazan las cevianas $\overline{AN}$ y $\overline{CM}$ tal que $m\angle MAN = m\angle MCN$. Si $AB=8$ cm, $AM=5$ cm y $BC=12$ cm, entonces NC (en cm) es

A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 10

71. La figura es un sector de radio R, cuya cuerda mide $2a$. Entonces el radio r de la circunferencia inscrita mide

A) $\frac{(R-a)}{aR}$
B) $\frac{(R+a)}{aR}$
C) $\frac{aR}{(R-a)}$
D) $\frac{aR}{(R+a)}$
E) $\frac{(R+a)}{2aR}$



72. En un triángulo ABC se trazan las cevianas interiores $\overline{BM}$ y $\overline{BN}$ tal que $3AM = 2NC$ y $AM = 2(MN)$.

Si $m\angle ABM = m\angle MBN = m\angle NBC$, entonces $m\angle MBN$ es:

A) 15 B) 20 C) 30
D) 45 E) 60

73. En un triángulo ABC recto en B, se dibuja una semicircunferencia que pasa por el vértice C, tangente al lado $\overline{AB}$ en el punto T y con centro en un punto de $\overline{AC}$. Si $BC = 5u$, $AB = 12u$ y $AC = 13u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{BT}$ es:

A) $\frac{13}{3}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{10}{3}$
D) $\frac{9}{5}$ E) $\frac{11}{3}$

74. En un triángulo ABC, se inscribe una circunferencia siendo G el punto de tangencia en el lado $\overline{BC}$, y D el punto de tangencia en el lado $\overline{AC}$. Por el punto G se traza una paralela al lado $\overline{AB}$, dicha paralela intercepta al lado $\overline{AC}$ en el punto E. Si $AB = 6y$, $BC = 8u$ y $AC = 12u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{ED}$ es:

A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$
D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{10}{3}$

75. En un cuadrilátero convexo ABCD, en AC se ubica el punto M y en la prolongación de $\overline{CD}$, el punto N.

Si la $m\angle MDC = m\angle ADN$, $m\angle ABM = m\angle MBC$ y $AD = 2(DM)$, calcule la $m\angle BMC$.

A) 60° B) 75° C) 45°
D) 135° E) 90°

76. En un triángulo ABC ($AB > BC$) se trazan la bisectriz interior $\overline{BD}$ y la bisectriz exterior $\overline{BE}$.

Si $\frac{1}{AD} + \frac{1}{AE} = \frac{1}{5}$, entonces

la longitud de $\overline{AC}$ es:

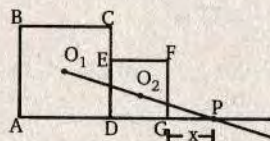
A) 8 B) 9 C) 10
D) 12 E) 15

77. En un cuadrilátero convexo ABCD, la recta que pasa por los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ intercepta a $\overline{AB}$ y a $\overline{CD}$ en los puntos P y Q respectivamente.

Si $AB = a$ y $CD = b$, entonces $\frac{BP}{QD}$ es:

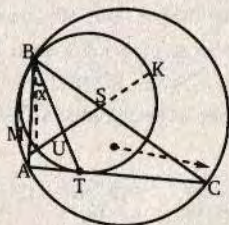
A) $\frac{a}{b}$ B) $\frac{b}{a}$ C) $\frac{a+b}{a}$
D) $\frac{a}{a+b}$ E) $\frac{b}{a+b}$

78. Sean O_1 O_2 centros de los cuadrados ABCD y DEFG respectivamente. Calcule x si $AB = a$ y $FG = b$.



A) $\sqrt{ab}$ B) $\frac{ab}{a+b}$ C) $\frac{2ab}{a+b}$
D) $\frac{b^2}{a-b}$ E) $\frac{a^2}{a-b}$

79. Del gráfico B y T son puntos de tangencia, además,
 $BU=UT$, $BC=2(AB)=6$, $BM=2(AM)$ y
 $m\widehat{BK}=100^\circ$, calcule x.



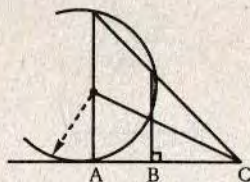
- A) 36° B) 38° C) 40°
 D) 42° E) 44°
80. En una semicircunferencia de diámetro $\overline{AB}$ y centro O, una recta secante intercepta al arco $\widehat{AB}$ en los puntos E y D. Luego, se trazan $\overline{EF} \perp \overline{AB}$ y $\overline{DG} \perp \overline{AB}$. Si $BG=2u$ y $FG=6u$, entonces la longitud (en u) de la perpendicular trazada desde el punto B a la recta ED es:
- A) 1,5 B) 2 C) 3,5
 D) 4 E) 4,5
81. En un triángulo ABC, recto en B se traza la ceviana interior AD, tal que, $AD=a$, $AC=b$, $m\angle DAC=2(m\angle BAD)$. Calcule CD.

- A) $\sqrt{b(b-a)}$ B) $\sqrt{b(2a-b)}$
 C) $a\sqrt{b}$
 D) $\sqrt{2ab}$ E) $\sqrt{\frac{ab}{a+b}}$

82. Desde un punto exterior "C" se trazan las tangentes $\overline{CD}$ y $\overline{CB}$ a una circunferencia de centro "O" y diámetro $\overline{BA}$, $\overline{CA}$ intersecta a $\overline{DO}$ y $\overline{DB}$ en M y N respectivamente, $\overline{CD}$ intersecta a $\overline{BN}$ en P, calcular "AB", si $PB=3AM$ y $CB=6$ cm.

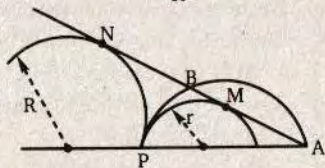
- A) 2 cm B) 4 cm C) 6 cm
 D) 8 cm E) 7 cm

83. Del gráfico, A es punto de tangencia calcule $\frac{AB}{BC}$.



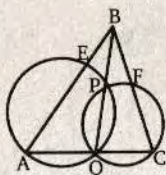
- A) 1 B) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{1}{2}$
 D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{2}{5}$
84. En una circunferencia, se inscribe el triángulo equilátero ABC. La cuerda $\overline{AE}$ intercepta al lado $\overline{BC}$ en el punto F. Las prolongaciones de las cuerdas $\overline{BE}$ y $\overline{AC}$ se interceptan en el punto D. Si $BF=4u$ y $AD=12u$, entonces la longitud (en u) del lado del triángulo equilátero es:
- A) $4\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $4\sqrt{3}$
 D) $8\sqrt{2}$ E) $9\sqrt{5}$

85. Si M y N son puntos de tangencia, y, $AM=3MB$, calcule $\frac{r}{R}$ ($\overline{PA}$ es diámetro)



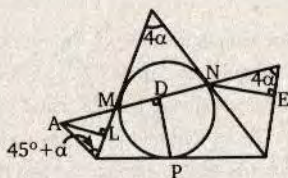
- A) 1 B) 0,3 C) 0,25
D) 0,5 E) 1,2

86. Sea ABC un triángulo isósceles de base AC. Calcule $\frac{AQ}{QC}$ si $EP=2PF$.



- A) 1 B) 2 C) 2,5
D) 3 E) 4

87. Del gráfico, M, N y P son puntos de tangencia, $AL=3$, $EN=5$. Calcule DP.



- A) $\frac{15}{8}$ B) $\frac{30}{7}$ C) $\frac{15}{4}$
D) $\frac{15}{7}$ E) $\frac{10}{3}$

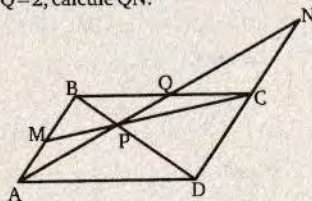
88. Desde un punto A exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ (B y C son puntos de tangencia). Desde un punto M del arco menor $\widehat{BC}$, se trazan las siguientes perpendiculares: $\overline{MP} \perp \overline{AB}$, $\overline{MQ} \perp \overline{AC}$ y $\overline{MS} \perp \overline{BC}$. Si $MP=a$ y $MQ=b$, entonces la longitud de $\overline{MS}$ es:

- A) $\sqrt{ab}$ B) $2\sqrt{ab}$ C) $\frac{ab}{a+b}$
D) $\frac{2ab}{a+b}$ E) $\frac{30ab}{a-b}$

89. En un triángulo ABC, sus lados miden $AB=5u$, $BC=7u$ y $AC=6u$. Por el punto de intersección de los ángulos interiores A y C, se traza una recta paralela al lado $\overline{AC}$. Dicha paralela intercepta, a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos M y N. Entonces, la longitud(en u) de $\overline{MN}$ es:

- A) 3 B) 3,5 C) 4
D) 4,5 E) 5

90. Según el gráfico, ABCD es un paralelogramo. Si $2(AM)=3(MB)$ y $PQ=2$, calcule QN.



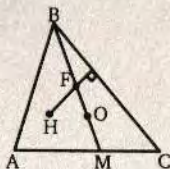
- A) 10,5 B) 12 C) 13
D) 15 E) 21

91. En un trapecio isósceles ($\overline{AB} // \overline{CD}$), la circunferencia inscrita al trapecio determina los puntos de tangencia M en $\overline{AD}$ y N en $\overline{BC}$. Si $AB=a$ y $CD=b$, entonces la longitud de $\overline{MN}$ es:

- A) $\frac{ab}{a+b}$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $\sqrt{ab}$
D) $2\sqrt{a+b}$ E) $2\sqrt{ab}$

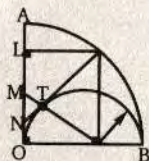
92. Según el gráfico, H y O son ortocentro y circunferencia de ABC , respectivamente, si $(BM)(MF)=12$, Calcule AM .

- A) $2\sqrt{3}$
B) $\sqrt{3}$
C) $4\sqrt{3}$
D) $5\sqrt{3}$
E) $6\sqrt{3}$



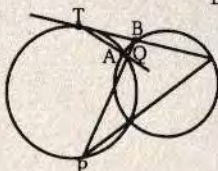
93. Según el gráfico, calcule $\frac{MN}{NL}$.
T: punto de tangencia.
O: centro de cuadrante AOB

- A) $(\sqrt{5}-2)/2$
B) $\sqrt{3}+1$
C) $\sqrt{6}+2$
D) $\sqrt{6}-2$
E) $(3-\sqrt{6})/2$



94. Según el gráfico, T es punto de tangencia. Si $AT=2(AB)$, calcule $\frac{PQ}{BQ}$.

- A) 2
B) 2,5
C) 3
D) 3,5
E) 4



95. En un triángulo ABC de baricentro "G" se traza una recta por G que intersecta a $\overline{BC}$ y $\overline{BA}$ en K y L y a la prolongación de $\overline{CA}$ en P.

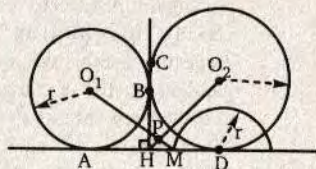
Si:

$$\frac{1}{GL} + \frac{1}{GP} = 0,25 \text{ y } AC=BC$$

Calcular GK

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 0,5

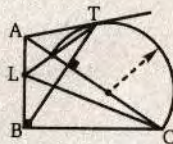
96. Sean A, B, C y D puntos de tangencia. Si $O_1P=3$ y $PM=2$, calcule $(PO_2)(PH)$.



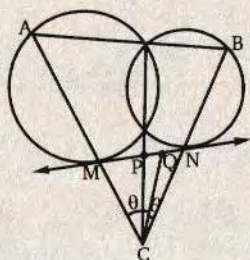
- A) 2 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

97. Según el gráfico, calcular AC, si $AT=a$ y $CL=b$ (T: punto de tangencia).

- A) $a\sqrt{b}$
B) $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$
C) $\sqrt{a^2+b^2}$
D) $\sqrt{a(a+b)}$
E) $\sqrt{b(a+b)}$



98. En el gráfico adjunto: $4(CP)=3(CQ)$,
M y N son puntos de tangencia.
Calcule: $\frac{AB}{MN}$.



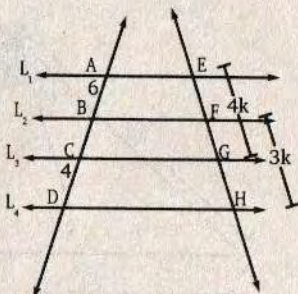
- A) 2 B) 1,5 C) 2,5
D) 3 E) 1,25
99. En los lados $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ de un triángulo rectángulo ABC (recto en "B"), se ubican los puntos P y Q respectivamente, tal que $\overline{PQ}$ es paralelo a $\overline{BC}$ y tangente a la circunferencia inscrita de centro "O". $\overline{AO}$ intersecta a $\overline{PQ}$ en T, si $PT=1$ y $BC=8$, calcular la longitud del radio de la circunferencia inscrita.

- A) 1 B) 2 C) 4
D) 3 E) 5
100. En un triángulo ABC se traza la bisectriz $\overline{BL}$, luego se traza $\overline{LQ}$ perpendicular a $\overline{BC}$ ($Q \in \overline{BC}$). Si $m\angle ACB=37^\circ$, el punto I es el incentro del $\triangle ABC$ y a la vez es el excentro del $\triangle LQC$. calcular $\frac{BI}{IL}$.

- A) 2 B) 3 C) 3/2
D) 5/3 E) 5/4

RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Resolución 1:



Piden:

BC

Se Observa:

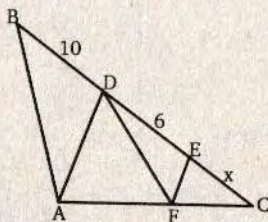
$$\frac{4k}{3k} = \frac{6 + BC}{4 + BC} \quad (\text{T.thales})$$

$$16 + 4BC = 18 + 3BC$$

$$BC = 2$$

Rpta.: B

Resolución 2:



Piden :

x

En ΔADC

$$\frac{FC}{FA} = \frac{x}{6} \dots (I) \quad (\text{T.Thales})$$

En ΔBCA

$$\frac{FC}{FA} = \frac{x + 6}{10} \dots (II) \quad (\text{T.Thales})$$

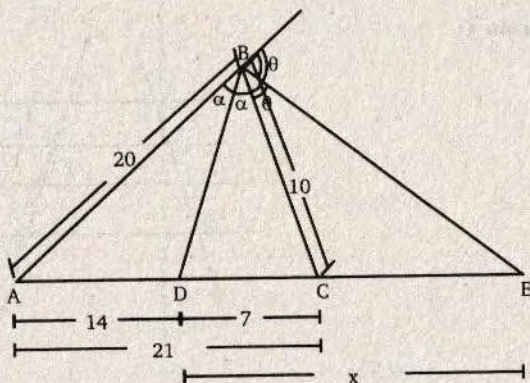
$$(I) = (II)$$

$$\frac{x}{6} = \frac{x + 6}{10}$$

$$x = 10$$

Rpta.: D

Resolución 3:



Piden :

$$DE = x$$

 $\triangle ABC:$

$$\frac{AD}{DC} = \frac{20}{10} \text{ (T.de la bisectriz interior)}$$

$$\rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{2k}{k}$$

$$2k + k = 21$$

$k=7$

Luego :

$$\frac{AE}{CE} = \frac{20}{10} \text{ (T.de la bisectriz exterior)}$$

$$\rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{2\ell}{2\ell}$$

$$21 + \ell = 2\ell$$

$\ell = 21$

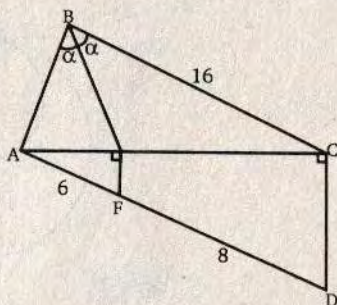
$$\rightarrow CE = 21$$

$$\therefore DE = 7 + 21$$

$x = 28$

Rpta.: B

Resolución 4:



Piden AB:

Se Observa :

$$\overline{FP} // \overline{DC}$$

$$\frac{AP}{PC} = \frac{6}{8} \dots (I) \text{ (T. Thales)}$$

ΔABC :

$$\frac{AP}{PC} = \frac{AB}{16} \dots (II) \text{ (T. bisectriz)}$$

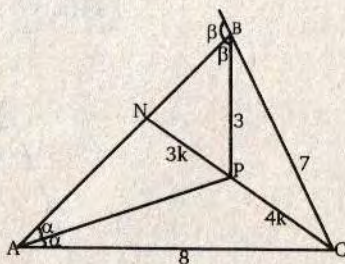
Luego (I) = (II) :

$$\frac{6}{8} = \frac{AB}{16}$$

$$\rightarrow AB = 12$$

Rpta.: B

Resolución 5:



Piden AN:

ΔPBC :

$$\frac{NC}{NP} = \frac{7k}{3k} \text{ (T. bisectriz exterior)}$$

$$\rightarrow NP = 3k$$

$$PC = 4k$$

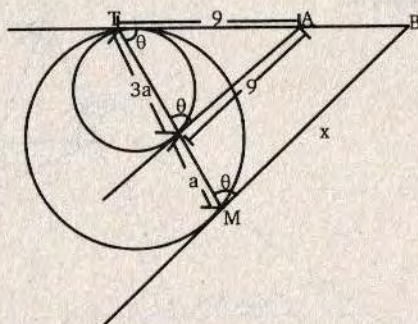
ΔANC :

$$\frac{AN}{8} = \frac{3k}{4k} \text{ (T. bisectriz interior)}$$

$$\therefore AN = 6$$

Rpta.: C

Resolución 6:



Piden: $MB = x$

Se Observa :

También

Además

Luego :

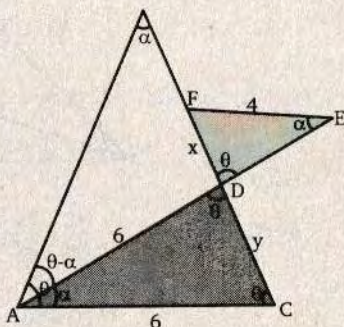
$$LA = TA = 9 \text{ (Propiedad)}$$
$$m \triangleleft \text{ATL} = m \triangleleft \text{ATL} = \emptyset$$
$$TB = BM \rightarrow m \angle BTM = m \angle BMT = \theta$$
$$\rightarrow \overline{LA} // \overline{MB}$$
 $\Delta TLA - \Delta TMB$

$$\frac{9}{x} = \frac{3a}{4a}$$

$$\therefore x = 12$$

Rpta.: C

Resolución 7:



Piden $\frac{x}{y}$:

Del dato :

Tambien :

$$m\angle BAC = m\angle BCA = \theta$$
$$m\angle ADC = \theta \quad (\triangle ADC \text{ Isósceles})$$

Luego : $m\angle BAD = \theta - \alpha$

$\rightarrow m\angle DAC = \alpha$

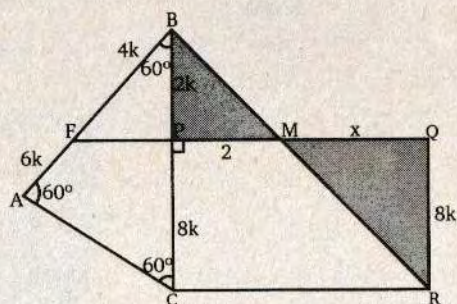
Entonces : $\triangle ADC \sim \triangle DEF$

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{y}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$$

Rpta.: B

Resolución 8:



Piden $MQ = x$

Del dato:

$$AF = 6k$$

$$FB = 4k$$

$\triangle FPB$: (Notable 30° y 60°)

$$BP = 2k$$

$$\rightarrow PC = 8k$$

Luego:

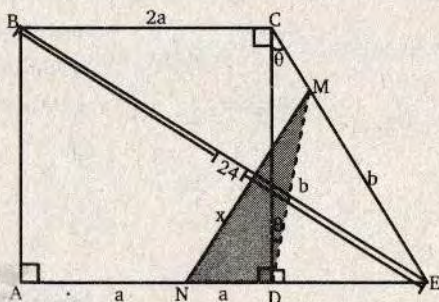
$\triangle MBP \sim \triangle MRQ$

$$\frac{2k}{8k} = \frac{2}{x}$$

$$\therefore x = 8$$

Rpta.: B

Resolución 9:



Piden $MN = x$

$\triangle CDE$:

$MD = b$ (Mediana relat. a la hipotenusa)

Se Observa:

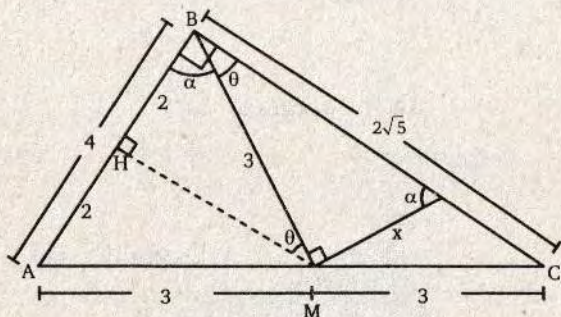
$\triangle BCE \sim \triangle NDM$ (Caso de semejanza)

$$\frac{24}{x} = \frac{2a}{a}$$

$$\rightarrow x = 12$$

Rpta.: A

Resolución 10:



Piden $MN = x$

Se observa:

$\overline{BM}$: Mediana relativa a la hipotenusa

$$\rightarrow BM = 3$$

Luego $\triangle ABC$:

$BC = 2\sqrt{5}$ (Teorema de Pitagoras)

Trazamos

$\overline{MH}$ tal que $\overline{MH} \parallel \overline{BC}$

$$\rightarrow MH = \sqrt{5} \text{ (base media)}$$

Finalmente :

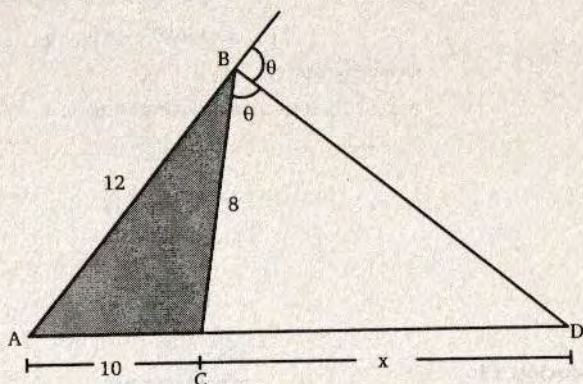
$$\triangle BMN \sim \triangle MHB$$

$$\frac{x}{2} = \frac{3}{\sqrt{5}}$$

$$\therefore x = 6\sqrt{5}/5$$

Rpta.: A

Resolución 11:



Piden $CD = x$

Teorema de la bisectriz exterior:

$$\frac{12}{8} = \frac{10+x}{x}$$

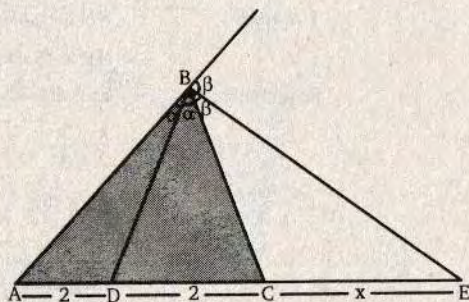
$$\frac{3}{2} = \frac{10+x}{x}$$

$$3x = 20 + 2x$$

$$\therefore x = 20$$

Rpta.: A

Resolución 12:



Piden $CE = x$

Sea $m\angle DBC = \alpha \Rightarrow \alpha + \beta = 90^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\beta = 180^\circ$
 $\Rightarrow m\angle ABD = \alpha$

En consecuencia:

A; D; C y E forman una cuaterna armónica:

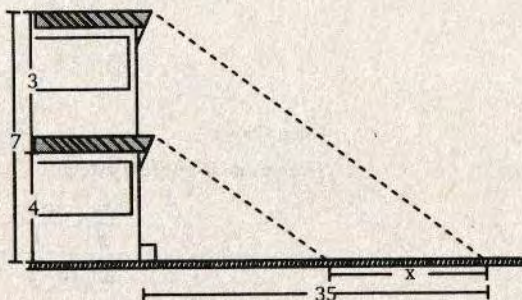
$$\frac{3}{2} = \frac{5+x}{x}$$

$$3x = 10 + 2x$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: A

Resolución 13:



Piden la sombra proyectada por el 2º piso = x

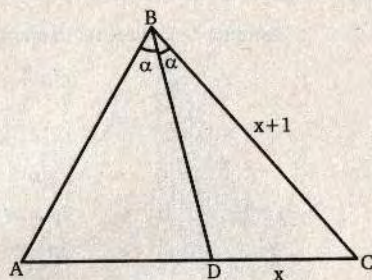
Teorema de Tales:

$$\frac{x}{3} = \frac{35}{7}$$

$$\therefore x = 15\text{m}$$

Rpta.: C

Resolución 14:



Piden :x

Dato

$$2(AB) = 5(AD)$$

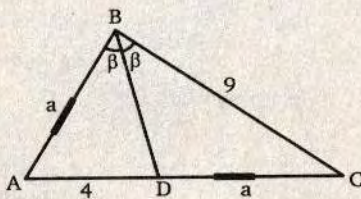
$$\frac{AB}{AD} = \frac{5}{2}$$

Teorema de la bisectriz interior:

$$\begin{aligned} \frac{AB}{AD} &= \frac{x+1}{x} \\ \Rightarrow \frac{5}{2} &= \frac{x+1}{x} \\ 5x &= 2x+2 \\ 3x &= 2 \\ x &= \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Rpta.: E

Resolución 15:



Piden perimetro del ΔABC :

$$2p = 2a + 13$$

Teorema de la bisectriz interior:

$$\begin{aligned} \frac{a}{4} &= \frac{9}{a} \\ a^2 &= 4 \cdot 9 \\ a &= 6 \end{aligned}$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05

Teorema de la bisectriz interior:

$$\frac{a}{4} = \frac{9}{a}$$

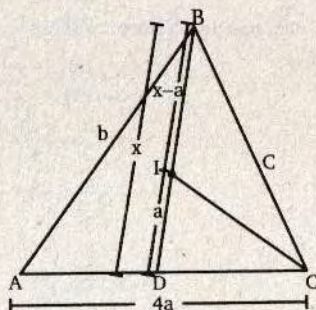
$$a^2 = 4 \cdot 9$$

$$a = 6$$

Luego :

$$2p = 2(6) + 13$$

$$\therefore 2p = 25$$

Rpta.: B**Resolución 16:**Piden: $BD = x$

Dato :

perímetro = 20

$$4a + b + c = 20$$

Teorema del incentro

$$\frac{x-a}{a} = \frac{b+c}{4a}$$

$$4x - 4a = b + c$$

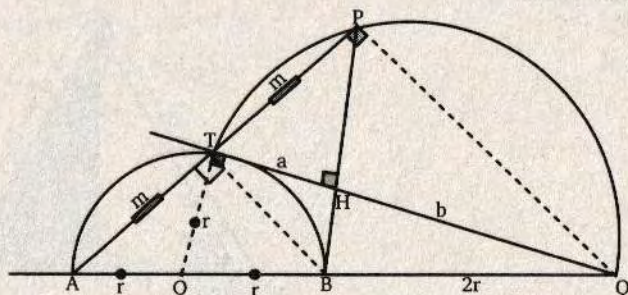
$$4x = \underbrace{4a + b + c}_{20}$$

$$4x = 20$$

$$\therefore x = 5$$

Rpta.: B

Resolución 19:



Piden $\frac{TH}{HQ} = \frac{a}{b}$

Corolario del T.de Thales en el triángulo

$$\Delta APB(\overline{TO} // \overline{PB}):$$

$$\frac{AT}{TP} = \frac{r}{r} \Rightarrow AT = TP = m$$

$$\Delta APQ(\overline{TB} // \overline{PQ})$$

$$\frac{AB}{BQ} = \frac{m}{m} \Rightarrow AB = BQ = 2r$$

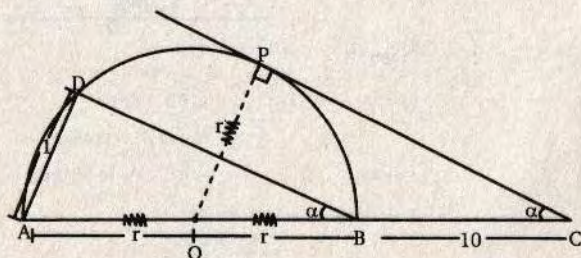
$$\Delta OTQ(\overline{OT} // \overline{BH})$$

$$\frac{a}{b} = \frac{r}{2r}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

Rpta.: C

Resolución 20:



Piden $AB = 2r$

Dato: $\overline{BD} // \overline{CP}$

$$\Rightarrow m\angle DBA = m\angle PCA = \alpha$$

$$\triangle ADB \sim \triangle OPC$$

$$\frac{2r}{1} = \frac{r+10}{r}$$

$$2r^2 - r - 10 = 0$$

$$(2r-5)(r+2) = 0$$

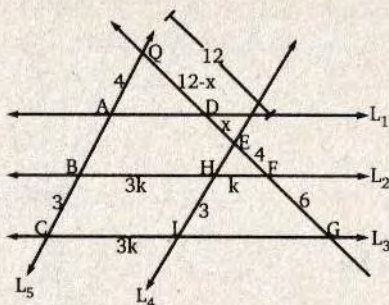
$$2r - 5 = 0$$

$$2r = 5$$

$$\therefore AB = 5$$

Rpta.: C

Resolución 21:



Piden $DE = x = ?$

Se Observa : $CI = BH = 3k$

Luego en $\triangle QFB$ ($\overline{HE} // \overline{QB}$):

$$\frac{k}{3k} = \frac{4}{QE} \rightarrow QE = 12 (\text{corolario de Thales})$$

También : $QD = 12 - x$

Finalmente : $\frac{AQ}{BC} = \frac{AD}{FG} \text{ (T.Thales)}$

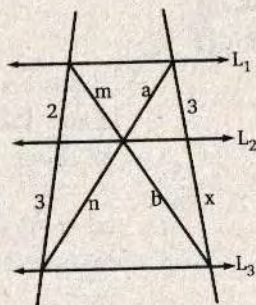
$$\frac{4}{3} = \frac{12-x}{6}$$

$$24 = 36 - 3x$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: B

Resolución 22:

Piden $SC = x$

Datos:

$$\overline{L_2} // \overline{L_3} \text{ y } BC \cdot BQ = BA \cdot BP$$

$$ab = mn$$

$$\frac{a}{n} = \frac{m}{b} \text{ (Teorema de Tales)}$$

$$\Rightarrow \overline{L_1} // \overline{L_3}$$

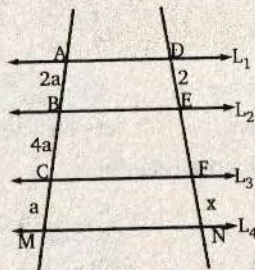
Por el Teorema de Tales

$$\frac{x}{3} = \frac{3}{2}$$

$$\therefore x = 4,5 \text{ m}$$

Rpta.: E

Resolución 23:

Piden $FN = x$

Dato:

$$\frac{AB}{BC} = \frac{1}{2} \wedge BC = 4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = 2a \\ BC = 4a \\ CM = a \end{cases}$$

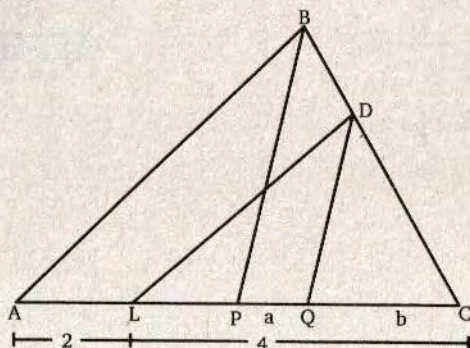
Teorema de Tales:

$$\frac{x}{a} = \frac{2}{2a}$$

$$\therefore x = 1 \text{ cm}$$

Rpta.: A

Resolución 24:



Piden $\frac{PQ}{QC} = \frac{a}{b}$

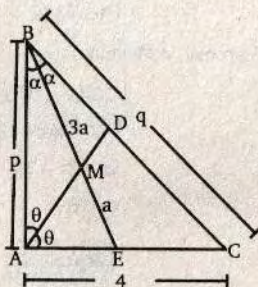
Corolario del teorema de Tales en el triángulo:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{2}{4} = \frac{a}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{b} = \frac{1}{2}$$

Rpta.: A

Resolución 25:



Piden $2_{PAABC} = ?$

Se observa :

M es incentro de $\triangle ABC$

También :

$ME = a$ $BM = 3a$ (dato)

Luego :

$$\frac{p+q}{4} = \frac{3a}{a} \text{ (T. del Incentro)}$$

$$p+q = 12$$

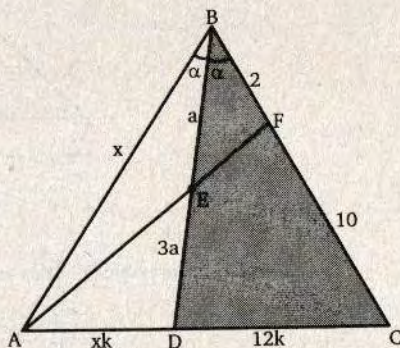
Finalmente :

$$2_{PAABC} = p+q+4$$

$$\therefore 2_{PAABC} = 16$$

Rpta.: C

Resolución 26:



Piden $AB = x$

Teorema de la bisectriz interior

$$\begin{cases} AD = xk \\ DC = 12k \end{cases}$$

$\triangle CBD$ (Teorema de Menelao)

$$(10)(a')(xk') = (2)(3a')(xk' + 12k')$$

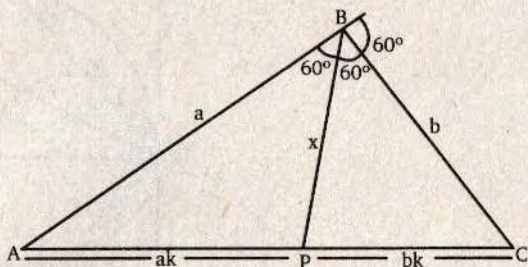
$$10x = 6(x + 12)$$

$$5x = 3x + 36$$

$$\therefore x = 18$$

Rpta.: C

Resolución 27:



Piden $BP = x$

Dato:

$$\begin{aligned}\frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{2}{15} \\ \frac{b+a}{ab} &= \frac{2}{15} \\ \frac{ab}{a+b} &= \frac{15}{2} \quad \dots(I)\end{aligned}$$

$\triangle ABC$ (Teorema de la bisectriz interior)

$$\begin{cases} AP = ak \\ PC = bk \end{cases}$$

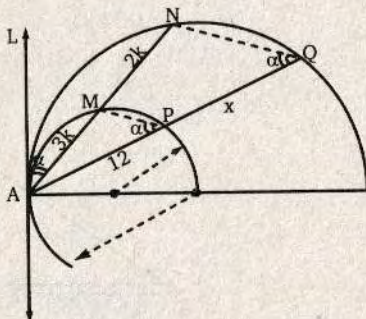
$\triangle ABP$ (Teorema de la bisectriz exterior)

$$\begin{aligned}\frac{a}{x} &= \frac{ak + bk}{bk} \\ \frac{a}{x} &= \frac{a+b}{b} \\ x &= \frac{ab}{a+b} \quad \dots(II)\end{aligned}$$

De (I) = (II)

$$\begin{aligned}x &= \frac{15}{2} \\ \therefore x &= 7,5\end{aligned}$$

Rpta.: B



Trazamos la recta tangente $\bar{L}$ por A

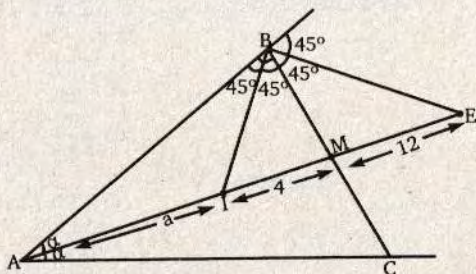
Luego: $m\angle APM = m\angle AQN = \alpha$ (Ángulo inscrito)

$$\rightarrow \overline{MP} // \overline{NQ}$$
 ΔANQ

$$\frac{3k}{2k} = \frac{12}{x} \text{ (Corolario de Thales)}$$

$$\therefore x = 8$$

Rpta.: B

Resolución 29: $\Delta \text{ABM}:$

$\overline{BJ}$ (bisectriz interior) y

$\overline{\text{BE}}$ (bisectrize xterior)

Corolario del teorema de Thales en el triángulo:

$$\triangle ABC \quad (\overline{PQ} // \overline{AC})$$

$$\frac{m}{p} = \frac{2a - m}{3p}$$

$$3m = 2a - m$$

$$2m = a \quad \dots (I)$$

$$\triangle PDQ \quad (\overline{PQ} // \overline{AM})$$

$$\frac{x}{3a} = \frac{2}{m}$$

$$x = \frac{6a}{m} \quad \dots (II)$$

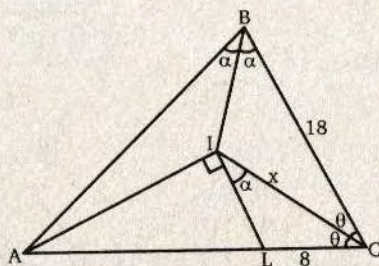
$$(I) \text{ en } (II)$$

$$x = \frac{6(2m)}{m}$$

$$\therefore x = 12$$

Rpta.: E

Resolución 32:



Piden $IC = x$

Se observa :

$$m\angle AIC = 90^\circ + \alpha \quad (\text{Propiedad})$$

$$\rightarrow m\angle LIC = \alpha$$

Luego :

$$\triangle IBC \sim \triangle ILC$$

$$\frac{x}{18} = \frac{8}{x}$$

$$\therefore x = 12$$

Rpta.: D

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05

Piden α :En $\triangle ABC$: $AB^2 = 2k(2k + 3k)$ Teorema

$$\rightarrow AB = k\sqrt{10}$$

Prolongamos $\overline{BM}$ y construimos: $\triangle ADM$ (Notable 30° y 60°)

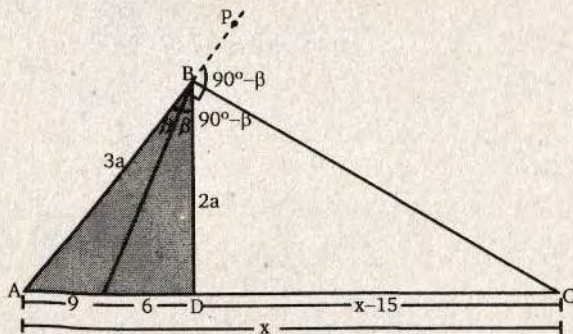
$$\rightarrow AD = k$$

$$DB = 3k$$

Finalmente

 $\triangle ADB$ (Notable $\frac{37^\circ}{2}$ y $\frac{143^\circ}{2}$)

$$\therefore \alpha = \frac{37^\circ}{2}$$

Rpta.: D**Resolución 35:**Piden $AC = x$ $\triangle ABD$ (Teorema de la bisectriz interior)

$$\frac{3a}{2a} = \frac{AE}{6} \Rightarrow AE = 9$$

$$m\angle DBC = 90^\circ - \beta \Rightarrow m\angle CBP = 90^\circ - \beta$$

 $\triangle ABD$ (Teorema de la bisectriz exterior)

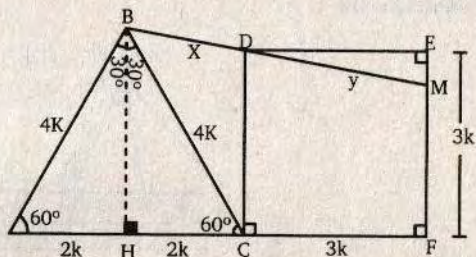
$$\frac{3a}{2a} = \frac{x}{x - 15}$$

$$3x - 45 = 2x$$

$$\therefore x = 45 \text{ cm}$$

Rpta.: A

Resolución 36:



Piden $\frac{x}{y} = ?$

del dato :

$$2_{P_{\triangle ABC}} = 2_{P_{\square CDEF}} = 12k$$

Finalmente :

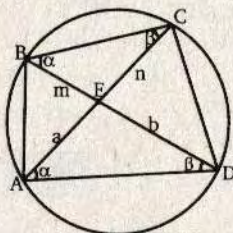
$$\overline{MF} \parallel \overline{DC} \parallel \overline{BH}$$

$$\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{2k}{3k} \text{ (Thales)}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{2}{3}$$

Rpta.: B

Resolución 37:



Piden :

$$\frac{EC}{ED} = \frac{n}{b};$$

Dato :

$$\frac{AE}{BE} = \frac{a}{m} = 2$$

Completamos ángulos mediante la propiedad del cuadrilátero inscriptible

$$\triangle AED \sim \triangle BEC$$

$$\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$$

$$\frac{a}{m} = \frac{b}{n} = 2$$

$$\therefore \frac{n}{b} = \frac{1}{2}$$

Rpta.: D

En $\triangle ABC$: $\frac{8}{6} = \frac{AD}{DC}$ (T. de la bisectriz interior)

$$\rightarrow \frac{AD}{DC} = \frac{4}{3}$$

$$\frac{8}{6} = \frac{AE}{CE} \text{ (T. de la bisectriz exterior)}$$

$$\rightarrow \frac{AE}{CE} = \frac{4k}{3k}$$

 $k = 7$
$$x = 3 + 3k$$

$$x = 3 + 3(7)$$

$$\therefore x = 24$$

Rpta.: D

Piden AD.BD

$$m\angle BAD = m\angle BPD = \alpha$$

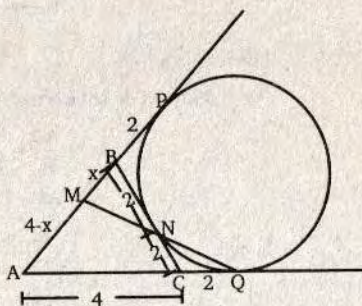
$$\overline{DC} \perp AC \wedge \overline{PB} \perp BD$$

$\Delta_{ADC} - \Delta_{PDB} :$

$$\frac{AD}{2} = \frac{12}{BD}$$

$$\therefore AD \cdot BD = 24 \text{ m}^2$$

Rpta.: A

Resolución 40:

Piden $x = ?$:

Se Observa:

$$CQ = CN = 2 \quad (\text{Propiedad})$$

También:

$$AO = AP = 6 \text{ (Propiedad)}$$

$$\rightarrow AM = 4 - x$$

Finalmente:

ΔABC (T. de Menelao $\overline{MQ}$: secante)

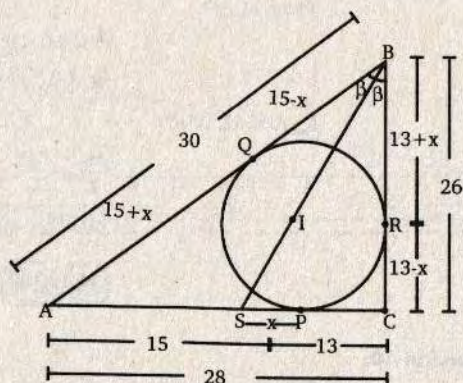
$$(4 - x)2.2 = x.2.6$$

$$4 - x = 3x$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: A

Resolución 41:



Piden $SP = x$

Por el teorema de la bisectriz interior:

$$\frac{AD}{SC} = \frac{30}{16} = \frac{15}{13} \text{ y como } AS + SC = 28$$

$$\Rightarrow AS = 15 \wedge SC = 13$$

Luego:

$$\begin{cases} AQ = AP = 15 + x \\ CR = CP = 13 - x \end{cases}$$

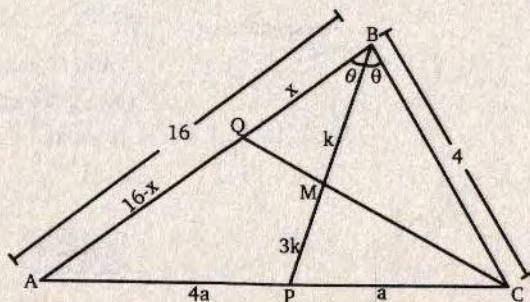
$$\Rightarrow \begin{cases} BQ = 15 - x \\ BR = 13 + x \end{cases}$$

$$\Rightarrow 15 - x = 13 + x$$

$$\therefore x = 1 \text{ m}$$

Rpta.: C

Resolución 42:



Piden $x = ?$

Se observa :

ΔABC ($\overline{BP}$: bisectriz interior)

$$\frac{16}{4} = \frac{AP}{PC} \rightarrow \frac{AP}{PC} = \frac{4a}{a} \text{ (Teorema)}$$

Finalmente :

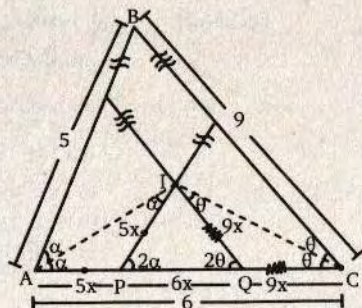
ΔABP : (Teorema de Menelao $\overline{QC}$: secante)

$$(16 - x) \cdot \cancel{a} = x \cdot 3 \cdot \cancel{.5a}$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: C

Resolución 43:



Piden $PQ = 6x$

$\Delta PIQ \sim \Delta ABC$

$$\overline{PI} // \overline{AB} \Rightarrow m\angle BAI = m\angle AIP = \alpha$$

$$\Rightarrow AP = PI = 5x$$

$$\overline{QI} // \overline{CB} \Rightarrow m\angle BCI = m\angle CIQ = \theta$$

$$\Rightarrow IQ = QC = 9x$$

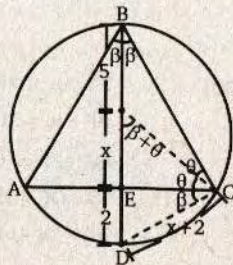
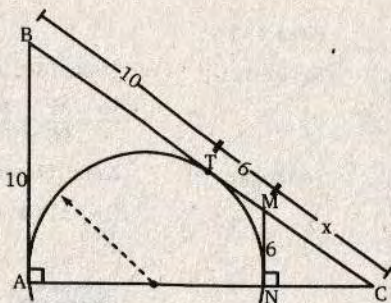
$$AC = 5x + 6x + 9x = 6$$

$$20x = 6$$

$$x = 0,3$$

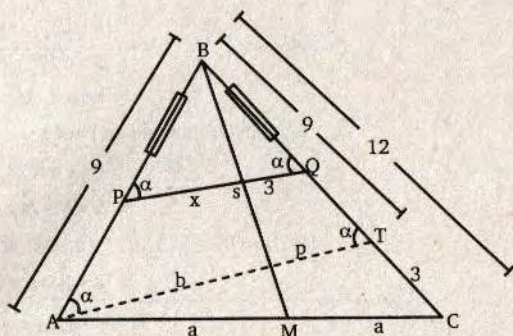
$$\therefore 6x = 1,8 \text{ m}$$

Rpta.: B



56

Resolución 46:



Piden $x = ?$

Trazamos $\overline{AT}$ tal que $AT = BT$ ($T \in \overline{BC}$)

$\rightarrow \triangle ABT$ (isósceles)

Luego $\triangle CAT$: (T . Menelao, $\overline{MB}$: secante)

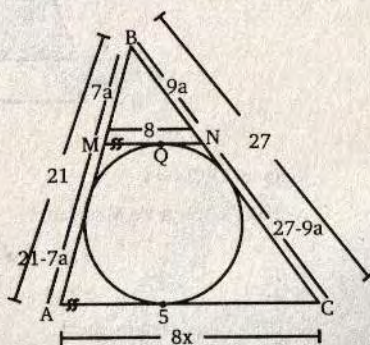
$$\frac{A.b}{3} = \frac{A.p}{12} \rightarrow \frac{b}{p} = \frac{4}{3}$$

Finalmente: $\frac{x}{3} = \frac{b}{p}$ (Teorema)

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: D

Resolución 47:



Piden el mayor valor de $AC = 8x$

$$\triangle ABC \sim \triangle MBN$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{21}{27} = \frac{7}{9} \Rightarrow \text{Sea } MB = 7a \text{ y } BN = 9a$$

Además:
$$\frac{8x}{21+27} = \frac{8}{7a+9a}$$

$$\Rightarrow xa = 3 \dots (I)$$

$\triangle AMNC$ (Teorema de Pitot)

$$8x + 8 = 21 - 7a + 27 - 9a$$

$$\Rightarrow x = 5 - 2a \dots (II)$$

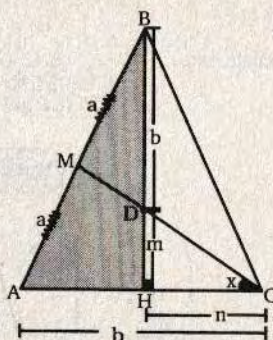
De (I) $\wedge$ (II): $x(5-x) = 6$

$$\Rightarrow x = 2 \vee x = 3$$

$$\therefore AC_{\text{mayor}} = 24m$$

Rpta.: E

Resolución 48:



Piden $m \angle ACM = x$

$\triangle ABM$ (Teorema de Menelao)

$$\cancel{a} \cdot \cancel{b} \cdot n = \cancel{a} \cdot m \cdot \cancel{b}$$

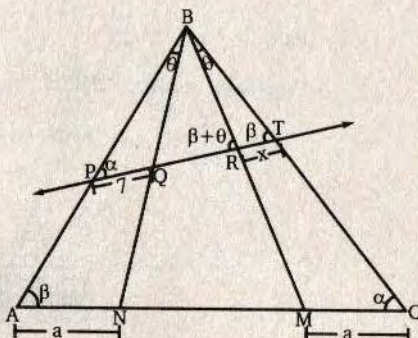
$$n = m$$

$\triangle CDH$ (catetos congruentes)

$$\therefore x = 45^\circ$$

Rpta.: D

Resolución 49:



Piden $RT = x$:

$$\triangle PBQ \sim \triangle MBC$$

$$\frac{BQ}{BM} = \frac{7}{a} \dots (I)$$

Se observa :

$\triangle APTC$: inscriptible

$$\rightarrow m\angle PAC = m\angle PTB = \beta$$

Luego :

$$\triangle RBT \sim \triangle NBA$$

$$\frac{x}{a} = \frac{BR}{BN} \dots (II)$$

También:

$\triangle NQRM$: inscriptible

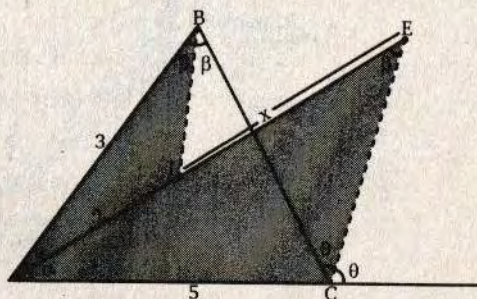
$$\rightarrow \triangle QBR \sim \triangle NBM$$

$$\frac{BQ}{BM} = \frac{BR}{BN} \rightarrow \frac{7}{a} = \frac{x}{a}$$

$$\therefore x = 7$$

Rpta.: D

Resolución 50:



Piden $IE = x$:

$$\text{Propiedad } m\angle CEA = \frac{m\angle ABC}{2} = \beta$$

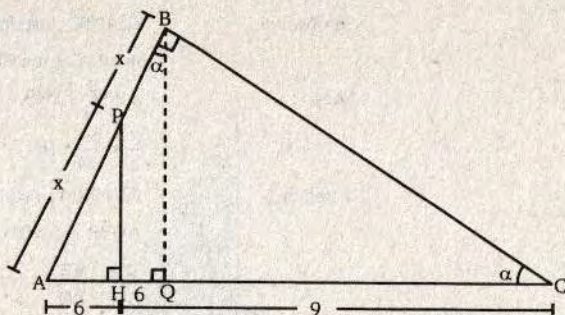
$$\triangle ABI \sim \triangle AEC$$

$$\frac{3}{2} = \frac{x+2}{6}$$

$$\therefore x = 5,5 \text{ m}$$

Rpta.: C

Resolución 51:



Piden $PB = x$

Del dato $AP = PB = x$

Trazamos $\overline{BQ} \perp \overline{AC}$:

$$\rightarrow AH = HQ = 6 \text{ (Teorema de los puntos medios)}$$

Luego :

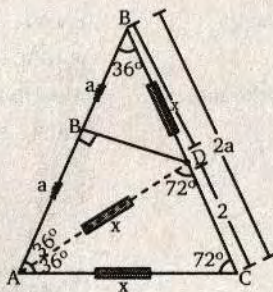
$$(2x)^2 = AQ \times AC \text{ (Propiedad)}$$

$$\rightarrow 4x^2 = 12 \times 15$$

$$\therefore x = 3\sqrt{5}$$

Rpta.: B

Resolución 52:



Piden $AC = x$

$\triangle ABC$: Isósceles ($AB = BC$)

$$m\angle ABC = 36^\circ$$

$\overline{DB}$ es altura y mediana del $\triangle ADB$

$\Rightarrow \triangle ADB$ en isósceles

$$m\angle DAB = 36^\circ$$

$\Rightarrow m\angle DAC = 36^\circ$

$\triangle ADC$: isósceles

$$AD = AC = x$$

$\triangle BAC$ (Propiedad)

$$x^2 = (x+2)^2$$

$$x^2 - 2x - 4 = 0$$

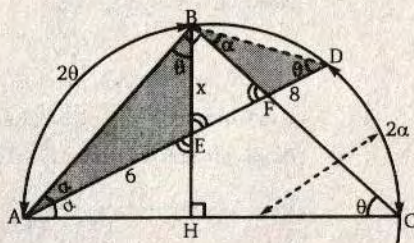
$$(x-1)^2 - 5 = 0$$

$$(x-1)^2 = 5$$

$$\therefore x = \sqrt{5} + 1$$

Rpta.: A

Resolución 53:



Piden $x = ?$

Tráizamos $\overline{BD}$, luego:

$$m\angle ACB = m\angle ABH = \theta$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05Piden $AS = x$

Dato :

$$AQ \cdot PS = 6 \cdot AP$$

$$ab = bc \dots (I)$$

Propiedad :

$$m\angle APQ = m\angle QPB = \alpha$$

$$\triangle PAS \sim \triangle AQS$$

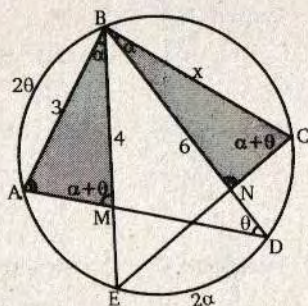
$$\frac{c}{a} = \frac{b}{x}$$

$$xc = ab \dots (II)$$

(I) en (II) :

$$xc = 6c$$

$$\therefore x = 6$$

Rpta.: E**Resolución 57:**Piden x

Del dato :

$$m\widehat{AE} = m\widehat{ED} = m\widehat{DC} = 2\alpha$$

Luego :

$$m\angle ABE = m\angle DBC = \alpha \text{ (ángulo inscrito)}$$

También:

Sea

$$m\angle ADB = \theta$$

$$\rightarrow m\angle BCE = \alpha + \theta \text{ (} \angle \text{ inscrito)}$$

Además :

$$m\angle M = \frac{2\theta + 2\alpha}{2} = \alpha + \theta \text{ (} \angle \text{ interior)}$$

Finalmente :

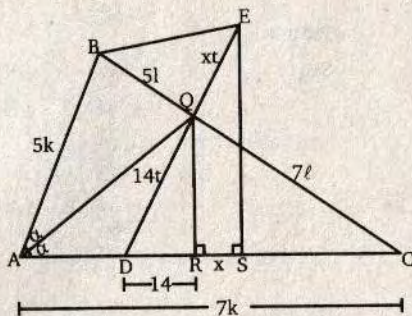
$$\triangle AMB \sim \triangle NCB$$

$$\frac{3}{6} = \frac{4}{x}$$

$$\therefore x = 8$$

Rpta.: D

Resolución 58:



Piden : $RS = x$

$$\triangle ABC: \quad \frac{BQ}{BC} = \frac{5k}{7k} \text{ (T. de la bisectriz)}$$

$$\rightarrow \frac{BQ}{QC} = \frac{5l}{7l}$$

$$\triangle DSE: \quad \overline{QR} \parallel \overline{ES}$$

$$\rightarrow \frac{DQ}{QE} = \frac{14}{x} \text{ (T. de Thales)}$$

Finalmente:

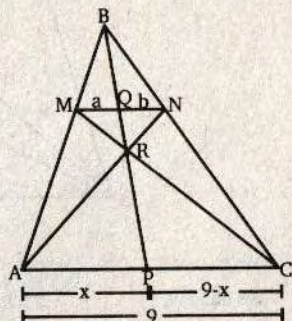
$$\triangle BQE \sim \triangle DQC$$

$$\frac{5l}{7l} = \frac{x}{14}$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: A

Resolución 59:



Piden $x = ?$

Sea :

$$MQ = a \wedge QN = b$$

$$\rightarrow \triangle MQR \sim \triangle PRC$$

$$\frac{QR}{RP} = \frac{a}{9-x} \quad \dots(I)$$

$$\rightarrow \triangle QNR \sim \triangle APR$$

$$\frac{QR}{RP} = \frac{b}{x} \quad \dots(II)$$

$$(I) = (II) : \quad \frac{a}{b} = \frac{9-x}{x} \quad \dots(\alpha)$$

También :

$$\triangle MBQ \sim \triangle ABP$$

$$\frac{BQ}{BP} = \frac{a}{x} \quad \dots(III)$$

$$\triangle BQN \sim \triangle PBC$$

$$\frac{BQ}{BP} = \frac{b}{9-x} \quad \dots(IV)$$

$$(III) = (IV) : \quad \frac{a}{b} = \frac{x}{9-x} \quad \dots(\beta)$$

Finalmente :

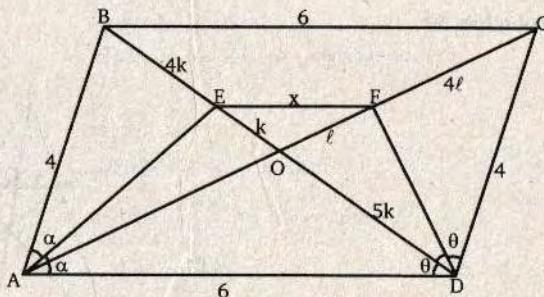
$$(\alpha) = (\beta)$$

$$\frac{9-x}{x} = \frac{x}{9-x}$$

$$\therefore x = 4,5$$

Rpta.: D

Resolución 60:



Piden $x = ?$

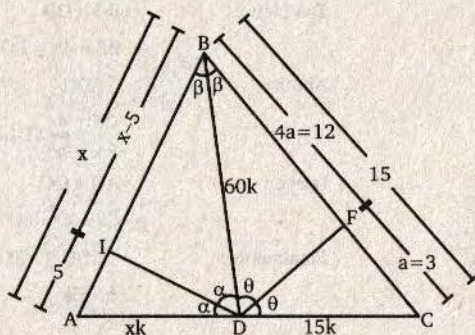
Se observa :

$$\triangle ABD$$

$$\frac{BE}{ED} = \frac{4K}{6K} \quad (T. \text{ bisectriz interior})$$

BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05

Resolución 62:



Piden $AB = x$

Dato $FC = \frac{1}{5} BC \Rightarrow \begin{cases} BF = 4a = 12 \\ FC = a = 3 \end{cases}$

$\triangle ABC$ (Teorema de la bisectriz interior):

$$\begin{cases} AD = xk \\ DC = 15k \end{cases}$$

Analogamente en el $\triangle BDC$:

$$\begin{cases} DC = 15k \\ BD = 60k \end{cases}$$

También en el $\triangle BDA$:

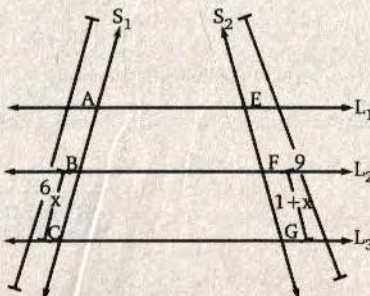
$$\frac{xk}{60k} = \frac{5}{x-5}$$

$$x(x-5) = 300 = 20(20-5)$$

$$\therefore x = 20$$

Rpta.: E

Resolución 63:



Piden $BC = x$

Dato

$$FG - BC = 1$$

$$FG = 1 + BC$$

$$FG = 1 + x$$

Por el teorema de Tales:

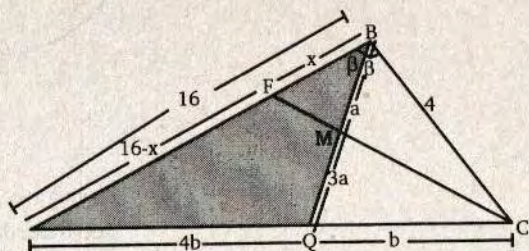
$$\frac{x}{6} = \frac{1+x}{9}$$

$$3x = 2 + 2x$$

$$\therefore x = 2$$

Rpta.: B

Resolución 64:



Piden $BF = x$

Dato:

$$MQ = 3MB \Rightarrow \begin{cases} MN = a \\ MQ = 3a \end{cases}$$

Teorema de la bisectriz:

$$\frac{16}{4} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \begin{cases} AQ = 4b \\ QC = b \end{cases}$$

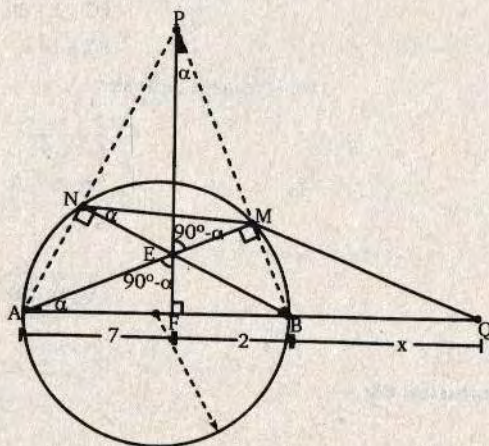
$\triangle ABQ$ (Teorema de Menelao; secante $\overline{FC}$)

$$(16-x) \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{b} = x \cdot \frac{3}{a} \cdot \frac{1}{5b}$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: A

Resolución 65:



Piden $BQ = x$

Prolongamos $\overline{AN}$ y $\overline{BM}$ para formar el $\triangle APB$

$\triangle PNEM$: inscriptible

$$\Rightarrow m\angle MNE = m\angle EPM = \alpha$$

Además:

$$m\angle PEM = m\angle AEF = 90^\circ - \alpha$$

$$\Rightarrow P, E \text{ y } F \text{ son los colineales}$$

En consecuencia las colineales $\overline{AM}$, $\overline{BN}$ y $\overline{PF}$ son concurrentes

Por lo tanto A, F, B y Q

Forma una cuaterna armónica

$$\Rightarrow \frac{7}{2} = \frac{9+x}{x}$$

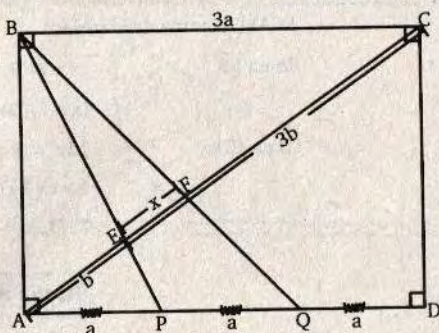
$$7x = 18 + 2x$$

$$5x = 18$$

$$\therefore x = 3,6$$

Rpta.: C

Resolución 66:



Piden $EF = x$

$$\triangle AEP \sim \triangle CEB \Rightarrow \begin{cases} AE = b \\ EC = 3b \end{cases}$$

$$\Rightarrow AC = 4b = 20 \Rightarrow b = 5$$

$$\triangle AFQ \sim \triangle CFB$$

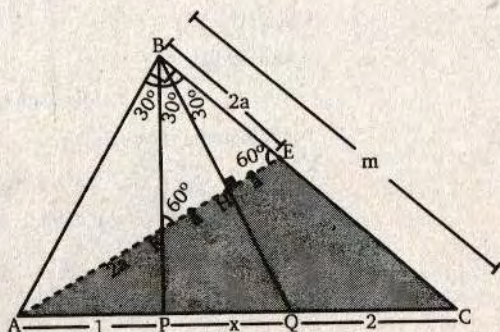
$$\frac{5+x}{2a} = \frac{15-x}{3a}$$

$$15 + 3x = 30 - 2x$$

$$\therefore x = 3$$

Rpta.: E

Resolución 67:



Piden $PQ = x$

Trazamos $\overline{AE} \perp \overline{BQ}$

$$\Rightarrow m\angle AEB = 60$$

$$EH = a \Rightarrow BE = 2a \Rightarrow AE = 4a$$

$$\Rightarrow AF = 2a$$

ΔCAE (Teorema de Menelao):Recta $\overline{PB}$

$$(x+2)(2a)(2a) = (1)(2a)(m)$$

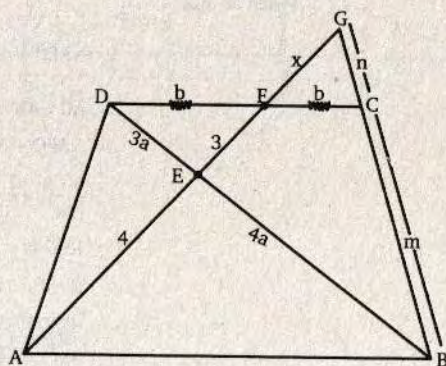
$$(x+2)(2a)m \dots (I)$$

(I) en (II):

$$12a = (x+1)(x+2)(2a)$$

$$6 = (x+1)(x+2)$$

$$\therefore x = 1$$

Rpta.: A**Resolución 68:**Piden $FG = x$ $\Delta AEB \sim \Delta FED$

$$\Rightarrow DE = 3a \wedge EB = 4a$$

Por el teorema (Recta $\overline{EG}$)

$$(4a')(b')(n) = (3a')(b')(m+n)$$

$$n = 3m \dots (I)$$

 ΔBGE (Recta $\overline{EG}$)

$$(m)(x)(3a') = (n)(b')(7a')$$

$$mx = 7n \dots (II)$$

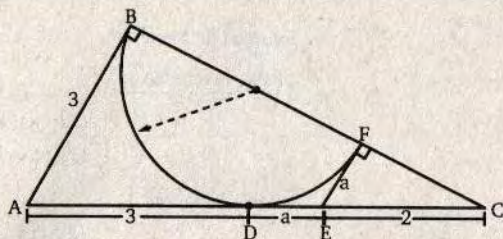
(I) en (II):

$$mx = 7(3m)$$

$$\therefore x = 21$$

Rpta.: A

Resolución 69:



Piden AC

Propiedad en la circunferencia:

$$AB = AD = 3 \wedge EF = ED = a$$

$$\triangle ABC \sim \triangle EFC$$

$$\frac{a+5}{3} = \frac{2}{a}$$

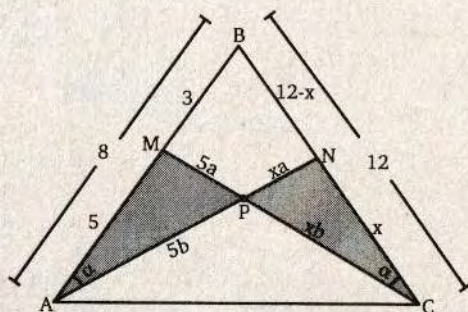
$$a(a+5) = 6$$

$$a = 1$$

$$\therefore AC = 6$$

Rpta.: A

Resolución 70:



Piden $NC = x$

$\triangle AMP \sim \triangle CNP$:

$$\begin{cases} MP = 5a \wedge NP = xa \\ AP = 5b \wedge CP = xb \end{cases}$$

Teorema de Menelao

 $\triangle BCM$ (recta $\overline{NA}$):

$$(12-x)(x)(5) = (x)(5)(8)$$

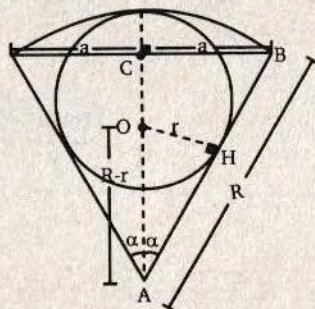
$$b(12-x) = 8a \quad \dots(I)$$

 $\triangle BAN$ (recta $\overline{MC}$):

$$(4a)(12-x) = 8a$$

$$12-x = 2$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: E**Resolución 71:**

Piden r:

 $\triangle AOH \sim \triangle ABC$

$$\frac{R-r}{r} = \frac{R}{a}$$

$$\frac{R}{r} - 1 = \frac{R}{a}$$

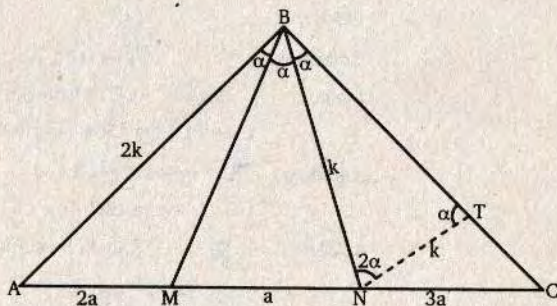
$$\frac{R}{r} = \frac{R+a}{a}$$

$$aR = r(R+a)$$

$$\therefore r = \frac{ar}{R+a}$$

Rpta.: D

Resolución 72:



Piden : $\alpha = ?$

En $\triangle ABN$: $\frac{AB}{BN} = \frac{2a}{a}$ (T.bisectriz interior)

$$\rightarrow AB = 2k \wedge BN = k$$

Luego:

Trazamos $\overline{NT}$ tal que $\overline{NT} \parallel \overline{AB}$

$\rightarrow \overline{NT}$ (base media)

$$NT = k$$

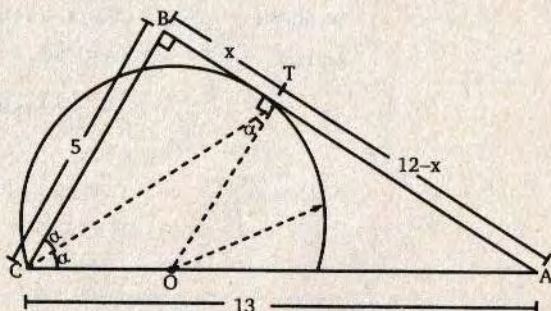
Entonces : $\triangle BNT$ (Isósceles)

$$\triangle BNT : \alpha + \alpha + 2\alpha = 180^\circ$$

$$\therefore \alpha = 45^\circ$$

Rpta.: D

Resolución 73:



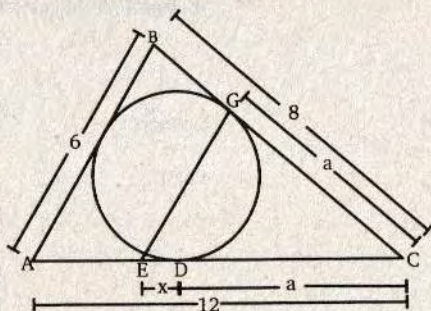
Piden: $x = ?$

Trazamos $\overline{OT} \rightarrow \overline{OT} \perp \overline{AB}$

Luego: ΔCOT : Isósceles
 $m\angle TOC : m\angle COT = \alpha$

Tambien: $\overline{OT} // \overline{CB}$
 $\rightarrow m\angle BCT = \alpha$

ΔCBA : (T. de la bisectriz interior)
 $\frac{5}{13} = \frac{x}{12-x}$
 $\therefore x = \frac{10}{3}$

Rpta.: C**Resolución 74:**

Piden: $x = ?$

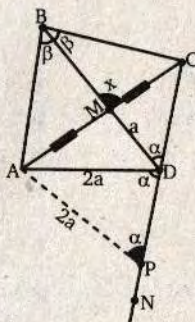
Se cumple $CD = CG = a$ (Teorema)

Luego: ΔABC ($\overline{EG} // \overline{AB}$ dato)
 $\frac{a}{8} = \frac{a+x}{12}$ (corolario de thales)
 $\rightarrow a = 2x$

Finalmente: $a = P_{\Delta ABC} - 6$ (Teorema)
 $\rightarrow 2x = 13 - 6$
 $\therefore x = \frac{7}{2}$

Rpta.: C

Resolución 75:



Trazamos

$$\overline{AP} \parallel \overline{MD} (P \in \overline{CN})$$

$$\Rightarrow m\angle APD = m\angle MDC = \alpha$$

ΔAPB : isósceles

$$AD = AP = 2a$$

$$\text{Ahora como } MD = \frac{AP}{2}$$

$$\Rightarrow \overline{MD} \text{ es base media del } \Delta ACP$$

$$\Rightarrow AM = MC$$

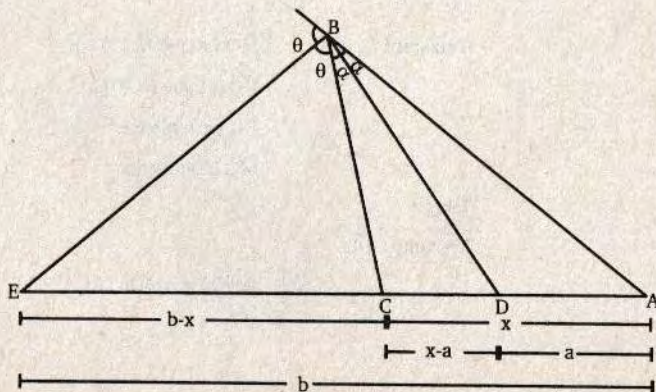
ΔABC : $\overline{BM}$ es bisectriz y mediana

$$\Rightarrow \text{es también altura}$$

$$\therefore x = 90^\circ$$

Rpta.: E

Resolución 76:



BOLETÍN DE GEOMETRÍA - 05

Piden :

$x = ?$

Del dato :

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{a+b}{ab} = \frac{1}{5} \dots (\alpha)$$

Se observa :

E, C, D y A forman cuaterna armónica

$$\rightarrow (x - a)b = (b - x)a$$

$$xb - ab = ab - xa$$

$$x = \frac{2ab}{a+b} \dots (\theta)$$

Finalmente :

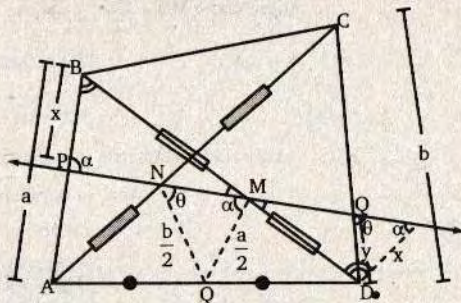
 $(\alpha) \text{ en } (\theta)$

$$x = 2(5)$$

$$\therefore x = 10$$

Rpta.: C

Resolución 77:



Piden :

$$\frac{x}{y} = ?$$

Trazamos

$\overline{MQ}$ tal que $\overline{MQ} \parallel \overline{AB}$

$\overline{NQ}$ tal que $\overline{NQ} \parallel \overline{CD}$

→ $\overline{NQ}$ base media

$\overline{\text{MQ}}$ base media

Luego:

Trazamos $\overline{DL} // \overline{PB}$

$$\rightarrow \triangle PBM \cong \triangle MDL \text{ (A-L-A)}$$
$$\rightarrow LD = x$$

Finalmente :

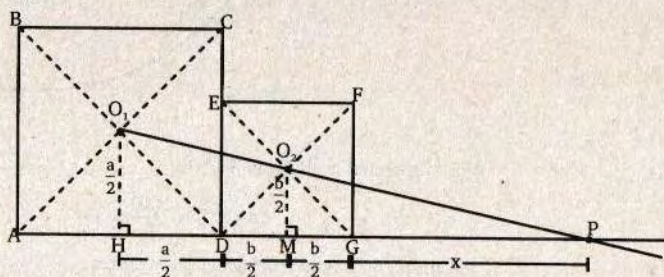
$$\triangle NQM \sim \triangle QDL$$

$$\frac{x}{y} = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{b}{2}}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{a}{b}$$

Rpta.: A

Resolución 78:



$$\triangle PO_2M \sim \triangle PO_1H$$

$$\frac{x + \frac{b}{2}}{\frac{b}{2}} = \frac{x + b + \frac{a}{2}}{\frac{a}{2}}$$

$$\frac{x}{\frac{b}{2}} = \frac{x+b}{\frac{a}{2}}$$

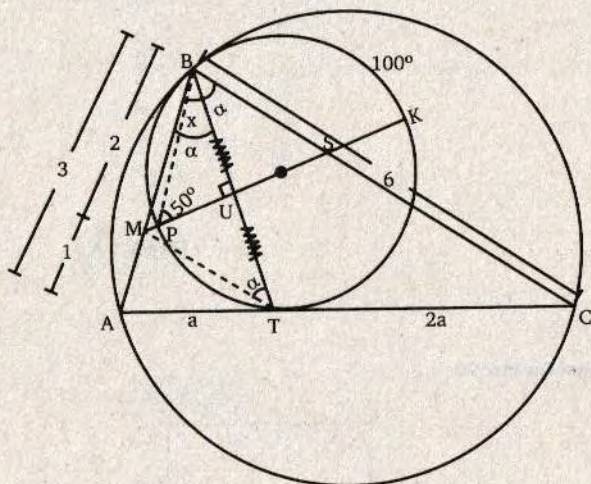
$$xa = bx + b^2$$

$$x(a - b) = b^2$$

$$\therefore x = \frac{b^2}{a - b}$$

Rpta.: D

Resolución 79:



Por el teorema del ángulo inscrito:

$$m \angle BPK = \frac{100^\circ}{2} = 50^\circ$$

Por propiedad de circunferencias tangentes:

$\overline{BT}$ es bisectriz del $\angle ABC$

$$\Rightarrow \frac{AT}{3} = \frac{TC}{6}$$

$$\Rightarrow 2(AT) = TC = 2a$$

En el $\triangle BAC$

$$\frac{AT}{TC} = \frac{AM}{MB}$$

$$\Rightarrow \overline{TM} // \overline{CB}$$

$$\Rightarrow m \angle MTB = m \angle TBC = \alpha$$

$\Rightarrow \Delta BMT$ es isósceles

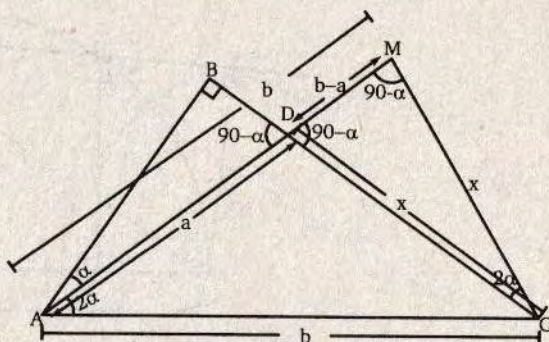
$\Rightarrow$ como $\overline{MU}$ es mediana será también altura

△BPU :

$$\therefore x = 40^\circ$$

Rpta.: C

Resolución 81:



Piden : $x = ?$

Prolongamos $\overline{AD}$ hasta M

Tal que $\triangle DCM$: Isósceles

$$\rightarrow DC = CM = x$$

También:

$\triangle AMC$: Isósceles

$$AC = AM = b$$

Finalmente:

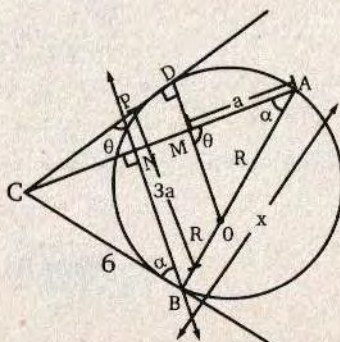
$\triangle ACM$

$$x^2 = (b-a)b \text{ (Teorema)}$$

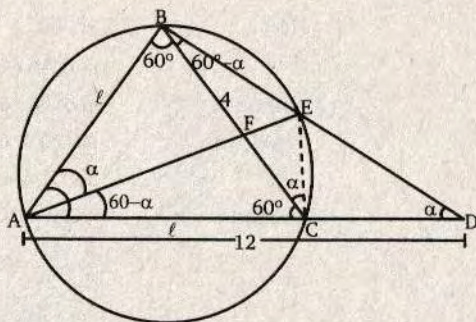
$$\therefore \sqrt{b(b-a)}$$

Rpta.: A

Resolución 82:



Resolución 84:



Piden :

$\ell = ?$

Trazamos $\overline{EC}$ $\rightarrow \square ABEC$: cuadrilátero inscrito

$m\angle BCE = m\angle BAE = \alpha$

$m\angle EAC = m\angle CBE = 60^\circ - \alpha$

 $\rightarrow m\angle BDA = \alpha$

Finalmente:

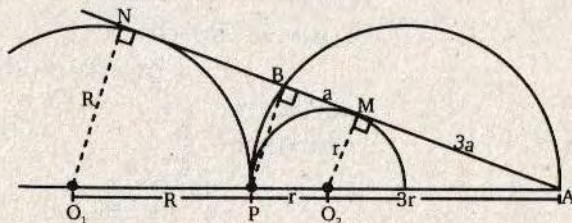
$\triangle ABF \sim \triangle ABD$

$\frac{\ell}{12} = \frac{4}{\ell}$

$\therefore \ell = 4\sqrt{3}$

Rpta.: C

Resolución 85



Por el teorema de Thales:

$\frac{PO_2}{O_2A} = \frac{1}{3}$

$$\triangle AO_2M \sim \triangle AO_1N$$

$$\frac{3r}{r} = \frac{4r + R}{R}$$

$$3R = 4r + R$$

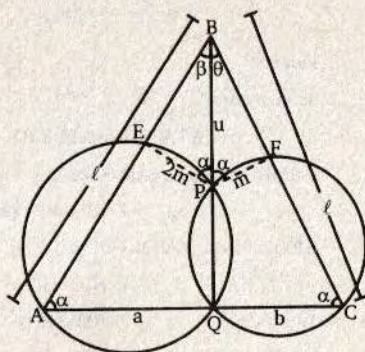
$$2R = 4r$$

$$\frac{r}{R} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{r}{R} = 0,5$$

Rpta.: D

Resolución 86:



□ AEPQ (Inscrito):

$$m\angle EPB = m\angle EAQ = \alpha$$

□ CFPQ (Inscrito):

$$m\angle FPB = m\angle FCQ = \alpha$$

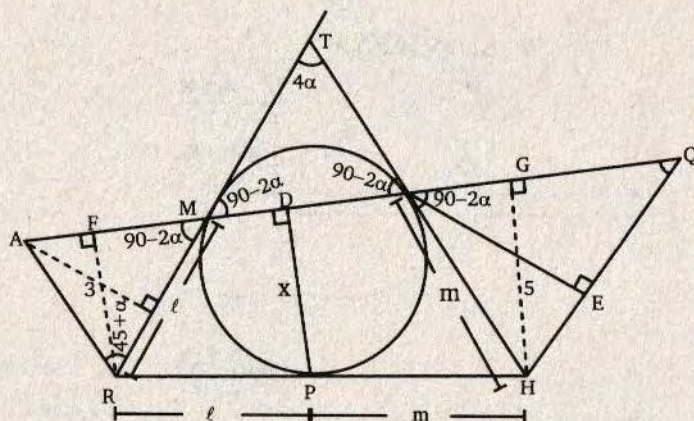
$$\triangle ABQ \sim \triangle PBE: \quad \frac{a}{\ell} = \frac{2m}{u} = 2\left(\frac{m}{u}\right) \dots (I)$$

$$\triangle CBQ \sim \triangle PBF: \quad \frac{b}{\ell} = \frac{m}{u} \dots (II)$$

$$(II) \text{ en } (I): \quad \frac{a}{\ell} = 2\left(\frac{b}{\ell}\right)$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

Rpta.: B

Resolución 87:Piden : $\quad \quad \quad \times$

Se observa:

ΔTMN : Isósceles ($MT = TN$)

 ΔAMR : Isósceles ($AM = MR$)

→ $AL = RF$ (Teorema)

 ΔNQH : Isósceles ($NQ = QH$)
$$\rightarrow NE = HG$$

También : $RM = RP = \ell$ (Teorema)

$$NH = HP = m \text{ (Teorema)}$$

Luego:

$$\Delta MFR \sim \Delta NGH \quad \frac{m}{\ell} = \frac{5k}{3k}$$

Luego: (Teorema)

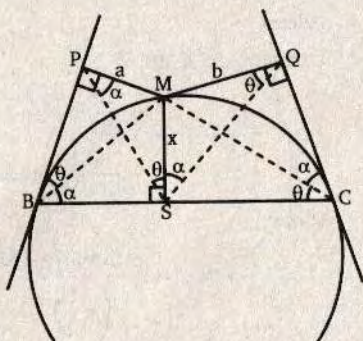
$$x = \frac{3m + 5l}{m + l}$$

Remplazando : $x = \frac{3(5k)5(3k)}{5k + 3k}$

$$\therefore x = \frac{15}{4}$$

Rpta.: C

Resolución 88:



Piden : x

Se Observa:

$\square$ BPMS: Inscriptible

$$\rightarrow m\angle PBM = m\angle PSM = \theta$$

$\square$ SMQC: Inscriptible

$$\rightarrow m\angle QCM = m\angle MSQ = \alpha$$

También :

$$m\widehat{MC} = 2\alpha \rightarrow m\angle MBS = \alpha$$

$$m\widehat{BM} = 2\theta \rightarrow m\angle PBM = \theta$$

Luego :

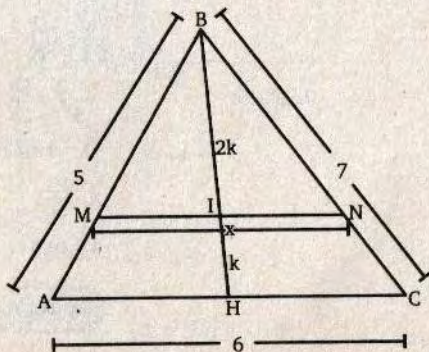
$$\triangle PMS \sim \triangle MSQ$$

$$\frac{x}{b} = \frac{a}{x}$$

$$\therefore x = \sqrt{ab}$$

Rpta.: A

Resolución 89:



Piden: x I : Incentro del $\triangle ABC$

$$\rightarrow \frac{BI}{IH} = \frac{5+7}{6}$$

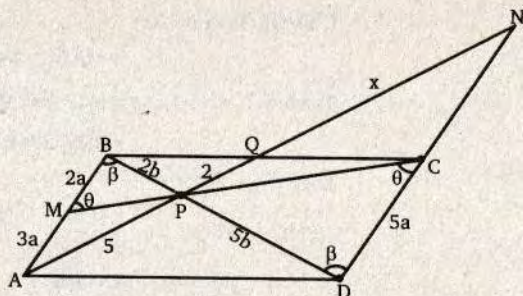
$$\frac{BI}{IH} = \frac{2}{1} \text{ (Teorema del incentro)}$$

Luego:

$$\triangle MBN \sim \triangle ABC$$

$$\frac{x}{6} = \frac{2k}{3k}$$

$$\therefore x = 4$$

Rpta.: C**Resolución 90:**

$$\triangle MBP \sim \triangle DPC: \quad \frac{BP}{PD} = \frac{2a}{5a} = \frac{2}{5}$$

Por el corolario del teorema de Thales:

$$\frac{AP}{2} = \frac{5b}{2b} \Rightarrow AP = 5$$

También:

$$\frac{x+2}{5} = \frac{5b}{2b}$$

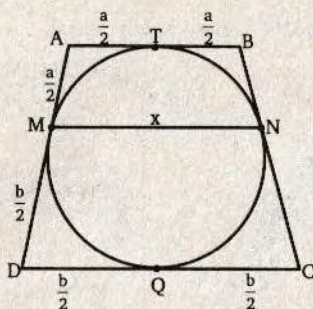
$$2x+4=25$$

$$x = \frac{21}{2}$$

$$\therefore x = 10,5$$

Rpta.: A

Resolución 91:



Piden: x

Se observa :

$$MA = AT = TB = BN = \frac{a}{2} \text{ (Teorema)}$$

$$MD = DQ = QC = CN = \frac{b}{2} \text{ (Teorema)}$$

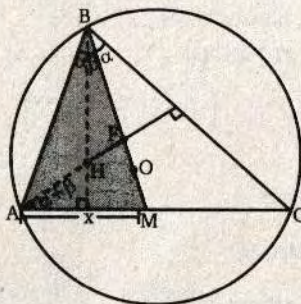
Luego :

$$x = \frac{a\left(\frac{b}{2}\right) + b\left(\frac{a}{2}\right)}{\frac{a}{2} + \frac{b}{2}} \text{ (Teorema)}$$

$$\therefore x = \frac{2ab}{a+b}$$

Rpta.: B

Resolución 92:



Teorema para el ortocentro y el circuncentro:

$$m\angle ABH = m\angle OBC = \alpha$$

También:

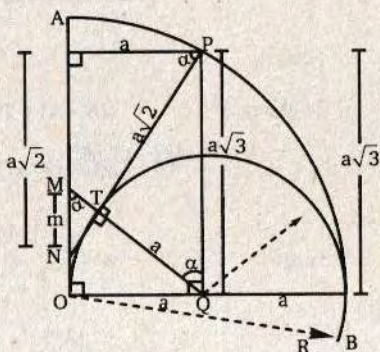
$$m\angle HBC = m\angle HAM = \alpha + \beta$$

Δ BAM (Teorema de semejanza)

$$x^2 = \underbrace{(BM)(MF)}_{\text{Dato: 12}}$$

$$\therefore x = 2\sqrt{3}$$

Rpta.: A

Resolución 93:

Piden: $\frac{MN}{NL}$

Sea : $R = 2a$

$$\rightarrow OP = 2a$$

Luego: $OL = QP = a\sqrt{3}$

Se observa:

$$\triangle PTQ \cong \triangle PLN \quad (A-L-A)$$

$$\rightarrow LN = a\sqrt{2}$$

$$NP = a\sqrt{3}$$

$$\frac{NT}{LN} = \frac{a\sqrt{3} - a\sqrt{2}}{a\sqrt{2}} = \frac{m}{a\sqrt{2}} \quad \dots(I)$$

Además:

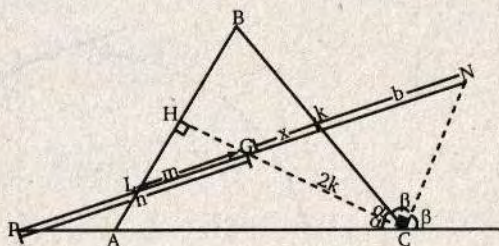
$$\triangle MTN \sim \triangle PTQ \quad \frac{m}{a\sqrt{3}} = \frac{a(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{a\sqrt{2}} \rightarrow \frac{m}{a\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\sqrt{3}}{2}$$

Entonces:

$$\text{De(I):} \quad \therefore \frac{\text{MN}}{\text{NL}} = \frac{3 - \sqrt{6}}{2}$$

Rpta.: E

Resolución 95:



Piden : $GK = x$

Dato: $\frac{1}{m} + \frac{1}{n} = \frac{1}{4}$

Sea : PG = n
LG = m

$\overline{CH}$: bisectriz; $\triangle ABC$: Isósceles (dato)

Trazamos $\overline{CN}$ (bisectriz del $\angle \text{ext. C}$)

$$\rightarrow \Delta_{LHG} \sim \Delta_{GCN}$$

$$\frac{m}{x+b} = \frac{k}{2k} \rightarrow b = 2m - x$$

Se observa:

P, G, K y N forman una cuaterna armónica

$$\rightarrow nb = x(n + x + b)$$

Reemplazando

$$\rightarrow n(2m - x) = xn + x^2 + x(2m - x)$$

$$2mn - nx = xn + \cancel{x^2} + 2m - \cancel{x^2}$$

$$Z_{mn} = Z_X(m+n)$$

$$\rightarrow \frac{1}{x} = \frac{m+n}{mn}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{n} + \frac{1}{m}$$

Reemplazando:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{4}$$

4

Rpta.: D

Luego:

□ BLTC:inscriptible

$$m \angle QBC = m \angle TLC = \theta$$

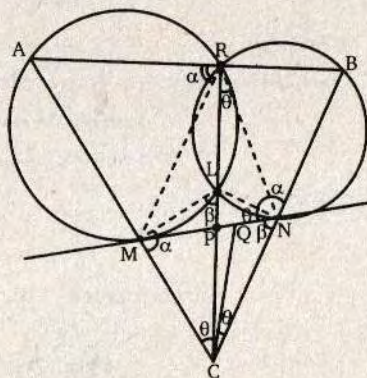
Δ LAC: Teorema 1

$$b^2 = x(x - m)$$

$$b^2 = x^2 - \underbrace{xm}_{a^2}$$

$$\therefore x = \sqrt{a^2 + b^2}$$

Rpta.: C

Resolución 98:

Resolución :

Piden: $\frac{AB}{MN} = ?$

Se Observa:

☐BNLR:inscrito☐ MLRA:inscrito

□ MLNC:inscriptible

□ ABMN:inscriptible

Luego:

$$\triangle ABC \sim \triangle MNC \quad \rightarrow \quad \overline{CQ} \text{ y } \overline{CR} \text{ son cevianas homólogas}$$

$$\rightarrow \frac{AB}{MN} = \frac{CR}{CQ}$$

$$\overline{RN} // \overline{MC} \text{ y } \overline{RM} // \overline{NC}$$

→ MRNC : romboide

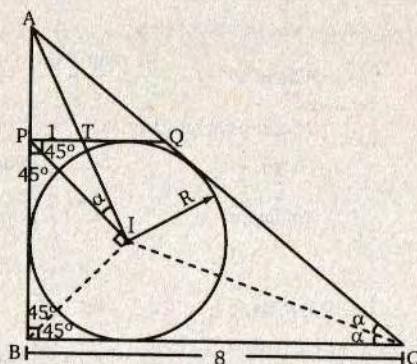
→ CP = PR

$$\frac{AB}{MN} = 2 \frac{CP}{CQ}$$

$$\therefore \frac{AB}{MN} = \frac{3}{2}$$

Rpta.: B

Resolución 99:



Piden :

R = ?

Se observa :

"I" incentro del $\triangle ABC$

Luego:

$\triangle PIB$:

Notable(45° y 45°)

También

$m\angle AIB = 90^\circ + \alpha$ (Teorema)

Finalmente:

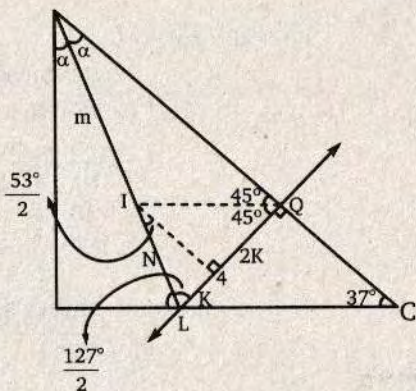
$\triangle PIR \sim \triangle BIC$

$$\frac{1}{R\sqrt{2}} = \frac{R\sqrt{2}}{8}$$

$$\therefore R = 2$$

Rpta.: B

Resolución 100:



Piden: $\frac{BI}{IL} = \frac{m}{n}$

Trazamos la bisectriz $\overline{IQ}$

Luego: $\triangle IHQ$ (Notable 45° y 45°)

También: $\Delta_{IHL} \left(\text{Notable } \frac{53^\circ}{2} \text{ y } \frac{127^\circ}{2} \right)$

$$\rightarrow LH = K \wedge HQ = 2K$$
$$\text{En} \triangle \text{LQB:} \quad \overline{\text{HI}} // \overline{\text{BQ}}$$
$$\rightarrow \frac{n}{m} = \frac{K}{2K} \text{ (T.thales)}$$
$$\therefore \frac{m}{n} = 2$$

Rpta.: A

PROBLEMAS PROPUESTOS

1. En un triángulo ABC; se traza $\overline{PQ} // \overline{AC}$ (P en $\overline{AB}$ y Q en $\overline{BC}$). Si $AC=12$ y $QC=3(BQ)$.
Hallar PQ.

A) 2 B) 1 C) 3
D) 5 E) 6

2. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior $\overline{AQ}$; luego se traza $\overline{QP} // \overline{AB}$ (P en $\overline{AC}$). Si $AP=4$ y $PC=6$.
Hallar AB.

A) 10/3 B) 20/3 C) 5/3
D) 6 E) 8/3

3. En un triángulo ABC; $AB=8$; $BC=6$ y $AC=7$.

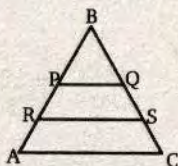
Se trazan las bisectrices interior $\overline{BD}$ y exterior $\overline{BE}$.

Hallar DE

A) 12 B) 16 C) 20
D) 24 E) 15

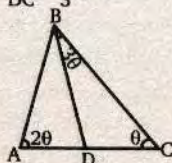
4. En el gráfico: $\overline{PQ} // \overline{RS} // \overline{AC}$. $BP=5$; $PR=2$ y $RA=4$,
además $2(BQ) + SC = 18 + QS$.
Hallar QS.

A) 2
B) 4
C) 1
D) 5
E) 3



5. En el gráfico: $\frac{AD}{DC} = \frac{2}{3}$ y $AB=10$.
Hallar BD.

A) 6
B) 5
C) 8
D) 4
E) 7



6. Dos lados de un triángulo mide 5 y 9. Hallar la longitud del tercer lado, sabiendo que el segmento que une el incentro y el baricentro es paralelo a dicho lado.

A) 5 B) 6 C) 7
D) 8 E) 9

7. En un trapecio ABCD ($\overline{BC} // \overline{AD}$), las diagonales se cortan en "O". Si:

$$\frac{BC}{AD} = \frac{2}{3} \text{ y } AC = 15$$

Hallar AO.

A) 3 B) 2 C) 5
D) 4 E) 6

8. En un triángulo isósceles ABC ($AB=BC$), se trazan la altura $\overline{BH}$ y la bisectriz $\overline{AD}$ que se cortan en P. Hallar PH, si: $BP=8$; $BD=5$ y $DC=6$.

A) 1 B) 3 C) 3,6
D) 1,8 E) 4,8

9. En un cuadrado ABCD, se toma E en el lado $\overline{AD}$ tal que $\overline{EB} // \overline{DG}$ siendo "G" el baricentro del triángulo BEC, hallar $m\angle ECD$.

A) 30° B) 45 C) $53^\circ/2$
D) $37^\circ/2$ E) 37°

10. En el gráfico mostrado:
- $TB \parallel AP$
- ;

$$BR = y \frac{AB}{BT} = b. \text{ Hallar } AR$$

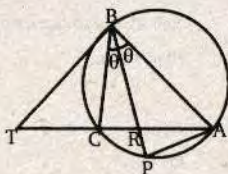
A) $\frac{a^2}{b}$

B) $\frac{b}{a}$

C) $\frac{a}{b}$

D) ab

E) $\frac{b^2}{a}$



11. Del gráfico, si
- $AB = BC$
- ,
- $BM = 3(MH) = 6$
- cm, calcule AC.

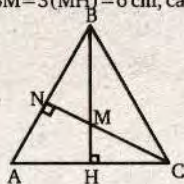
A) 6

B) 7

C) 8

D) 9

E) 10



12. En los lados laterales AB y CD de un trapecio ABCD se ubican los puntos P y Q de modo que el segmento PQ es paralelo a las bases y los segmentos CP y AQ son paralelos. Calcule PQ sabiendo que
- $BC = 4$
- cm y
- $AD = 9$
- cm.

A) 6

B) 8

C) 10

D) 11

E) 12

13. Del gráfico, si
- $5(AT) = 4(PQ)$
- y
- $AM = 2$
- cm, calcule el radio de la semicircunferencia (T es punto de tangencia).

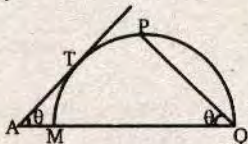
A) $2/5$

B) $3/4$

C) $10/3$

D) $3/5$

E) $12/7$



14. En los lados
- $\overline{AB}$
- y
- $\overline{BC}$
- de un
- $\triangle ABC$
- se ubican los puntos Q y P de modo que
- $\overline{QP}$
- es paralelo al lado
- $\overline{AC}$
- y el
- $\angle CAP$
- es el doble del
- $\angle BAR$
- , calcule AP, si
- $AQ = 5$
- cm,
- $BQ = 4$
- cm y
- $AC = 6$
- cm.

A) $\frac{111}{20}$

B) $\frac{161}{24}$

C) $\frac{117}{12}$

D) $\frac{121}{5}$

E) $\frac{118}{7}$

15. En el gráfico,
- $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2} \parallel \overline{L_3}$
- ;
- $2(BC) = 3(AB)$
- ,
- $MN = 10$
- cm y
- $NP = 4$
- cm.

Calcule la $m\angle MNB$.

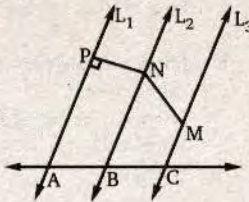
A) 53°

B) 30°

C) $53/2$

D) 37°

E) 60°



16. En el gráfico, B es un punto de tangencia. Calcule la
- $m\widehat{AB}$
- ; siendo
- $\overline{L_1} \parallel \overline{L_2} \parallel \overline{L_3}$
- y
- $QM = 2(PQ)$
- .

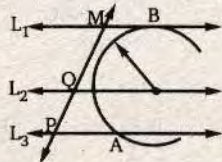
A) 100°

B) 150°

C) 125°

D) 130°

E) 120°



17. Por el baricentro de un triángulo ABC se traza una recta que interseca a los lados AB y AC en los puntos P y Q respectivamente, tal que
- $AP = 5$
- cm y
- $PB = 3$
- cm. Calcule CQ, si
- $AC = 12$
- cm.

A) $12/15$

B) $24/7$

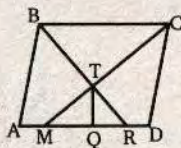
C) $13/4$

D) $15/7$

E) $12/5$

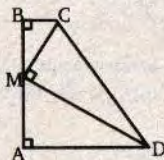
18. Según el gráfico, ABCD es un romboide, $\overline{TQ} \parallel \overline{AB}$, $\overline{MQ} = \frac{QR}{3} = \frac{QR}{2}$. Si $BT = 20$ cm, calcule TR.

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6
E) 8



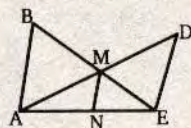
19. Según el gráfico, si $BC = 2$ cm, $AD = 8$ cm y $BM = MA$, calcule AB.

A) 6
B) 4
C) 10
D) 12
E) 8

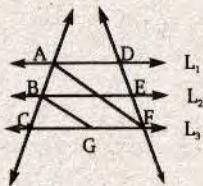


20. En el gráfico, si $\overline{AB} \parallel \overline{MN} \parallel \overline{DE}$, $2(AN) = 3(NE)$ y $MN = 6$ cm, calcule $AB + DE$.

A) 20
B) 22
C) 25
D) 27
E) 30



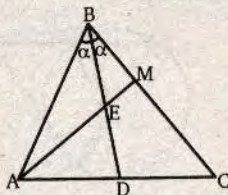
21. En la figura $L_1 \parallel L_2 \parallel L_3$ y $\overline{BG} \parallel \overline{AF}$. Si $CG = 3$ cm, $GF = 2$ cm y $DE = (x+1)$ cm. Hallar x.



A) $\frac{1}{2}$ cm B) $\frac{1}{3}$ cm C) $\frac{1}{4}$ cm
D) $\frac{1}{5}$ cm E) $\frac{1}{6}$ cm

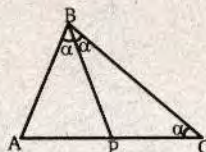
22. En la figura, $BE = ED$, $BM = 3$ cm y $MC = 5$ cm. Hallar AB.

A) 10 cm B) 11 cm C) 12 cm
D) 13 cm E) 14 cm

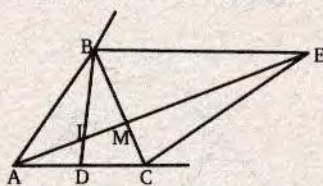


23. En la figura, $AB = 1$ cm y $BC = 2$ cm. Hallar AP.

A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ cm B) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ cm C) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ cm
D) $\sqrt{2}$ cm E) $\sqrt{3}$ cm

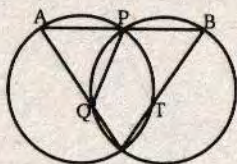


24. En la figura, I es incentro del triángulo ABC y E es excentro relativo al lado BC. Si $IM = 4$ m y $ME = 12$ m, hallar AI.



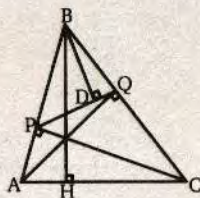
A) 6 m B) 7 m C) 8 m
D) 9 m E) 10 m

25. En el gráfico $AP=8$, $PB=3$ y $PT=4$, calcule PQ .



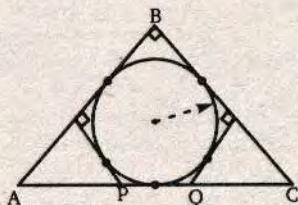
- A) 4 B) 5 C) 6
D) 5,5 E) 4,5

26. En la figura, $AC=b$, $PQ=a$ y $BH=c$, halle BD .



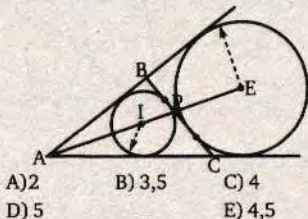
- A) $\frac{ac}{b}$ B) $\frac{ab}{c}$ C) $\frac{bc}{a}$
D) $\frac{(a+1)c}{b}$ E) $\frac{(a+1)b}{c}$

27. En el gráfico, calcule AP si $PQ=3$ y $QC=12$.



- A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

28. en el gráfico se tiene la circunferencia inscrita y exinscrita al triángulo ABC. Si $El \cap BC = \{P\}$, $PI=2$ y $PE=6$, calcule AI .

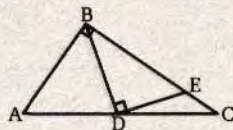


- A) 2 B) 3,5 C) 4
D) 5 E) 4,5

29. En un triángulo ABC, $m \angle BAC = 2(m \angle BCA)$, si $AB=8$ y $AC=10$, calcule BC .

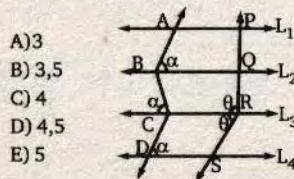
- A) 14 B) 9 C) 10
D) 12 E) 15

30. En la figura, $AB=3\text{cm}$; $BC=4\text{cm}$ y $AD=DC$. Halle DE .



- A) $\frac{17}{8}\text{cm}$ B) $\frac{15}{7}\text{cm}$ C) $\frac{15}{8}\text{cm}$
D) $\frac{13}{8}\text{cm}$ E) 2cm

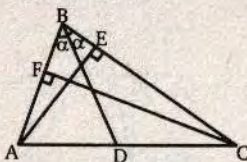
31. En el gráfico $L_1 \perp L_2 \perp L_3 \perp L_4$ si $BC=3(AB)+2$, $QR=2(RS)+1$ y $CD=3(PQ)=6$, calcule AB .



- A) 3
B) 3,5
C) 4
D) 4,5
E) 5

32. En la figura, $BD=5$ m, $AE=4$ m y $CF=12$ m. Halle $m\angle B\hat{C}$

A) 36°
B) 72°
C) 74°
D) 76°
E) 82°



33. En un romboide ABC, M y N son puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{AD}$, respectivamente. Si $\overline{CM}$ y $\overline{CN}$ intersecan a $\overline{BD}$

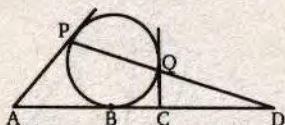
en P y Q calcule $\frac{PQ}{BP + QD}$

A) $\frac{3}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{5}$
D) $\frac{1}{2}$ E) 1

34. En un triángulo rectángulo ABC, la mediatriz relativa a la hipotenusa interseca a BC en M. Si $AC=6$ m y $BC=5$ m, halle $\frac{BM}{AM}$

A) $\frac{5}{9}$ B) $\frac{1}{6}$ C) $\frac{7}{18}$
D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{3}{5}$

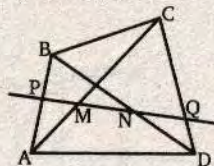
35. En el gráfico P y Q son puntos de tangencia. Si $AP=6$ y $CQ=2$, calcule CD.



A) 3 B) 4 C) 4,5
D) 5 E) 3,5

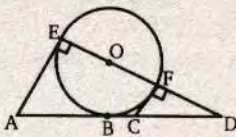
36. En el cuadrilátero ABCD, M y N son puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. Si $AP=5$; $DQ=6$ y $CQ=10$, Calcule BP

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6



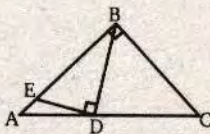
37. En la figura, O es centro de la circunferencia, $AB=6$ cm y $CD=4$ cm hallar BC.

A) 1,8 cm
B) 2 cm
C) 2,5 cm
D) 3 cm
E) 3,5 cm

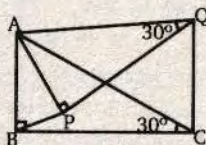


38. En la figura, $BC=CD$, $AE=3$ m y $EB=9$ m. Hallar AD.

A) 6 m
B) 5 m
C) 4 m
D) 7 m
E) 8 m

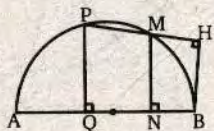


39. En la figura, $BP=6$ cm. Hallar QC.



A) 8 cm B) $6\sqrt{2}$ cm C) 12 cm
D) $9\sqrt{3}$ cm E) 9 cm

40. En la figura, $\overline{AB}$ es diámetro. Si $QN=6$ m y $NB=2$ m, hallar BH.

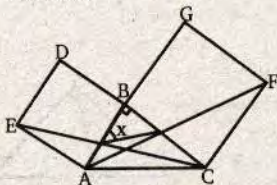


- A) 4 m B) 3 m C) 2 m
D) 5 m E) 6 m

41. En un romboide ABCD, $7(AB)=3(BC)$, si la distancia entre $\overline{BC}$ y $\overline{AD}$ es 12, calcule la distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

- A) 14 B) 18 C) 21
D) 24 E) 28

42. Si ABDE y BCFG son cuadrados, calcule x.

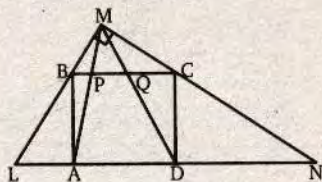


- A) 53° B) 60° C) 45°
D) 75° E) 36°

43. En un triángulo ABC, recto en B, se traza la altura BH y la bisectriz interior $\overline{AD}$, si $\overline{AD} \cap \overline{BH} = \{Q\}$, $AB=5$ y $BC=12$, calcule BQ.

- A) 3 B) $10/3$ C) 4
D) $9/2$ E) 5

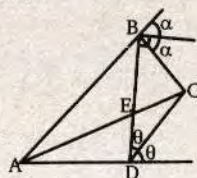
44. Si ABCD es un cuadrado, $AL=7$ cm y $ND=28$ cm. Calcule PQ.



- A) 2 B) 4 C) 3,5
D) 5 E) 7

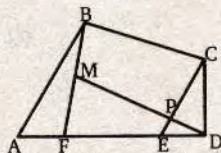
45. En la figura, $AB=16$ m, $BC=4$ m y $AD=6$ m. Halle ED.

- A) 1,5 m
B) 1,2 m
C) 2 m
D) 4 m
E) 3,5 m

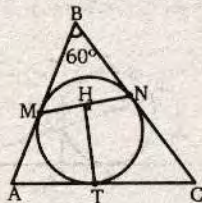


46. En la figura, $\overline{AB} \parallel \overline{CE}$, $BM=ME$, $PE=3$ m y $MD=3PD$. Halle AB.

- A) 18 m
B) 12 m
C) 21 m
D) 16 m
E) 15 m



47. Si M, N y T son puntos de tangencia $AM=4$ m y $CN=6$ m, Calcule TH.

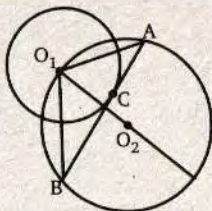


- A) $\frac{12}{5}\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $\frac{16}{5}\sqrt{3}$
D) $4\sqrt{3}$ E) $\frac{13}{5}\sqrt{3}$

48. En un triángulo ABC, $AB=a$ cm, $BC=(a+2)$ cm y $AC=(a+1)$ cm, $a>0$. Halle la longitud del segmento que une el incentro con el baricentro.

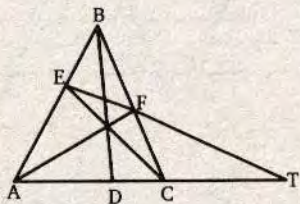
A) $\frac{1}{3}$ cm B) $\frac{1}{2}$ cm C) $\frac{2}{3}$ cm
D) $\frac{3}{2}$ cm E) 2 cm

49. En la figura, O_1 y O_2 son centros de las circunferencias cuyos radios miden 3 cm y 6 cm respectivamente, C es punto de tangencia y $O_1A=5$ cm. Hallar O_1B .



A) 6,5 cm B) 7,5 cm C) 6,8 cm
D) 6,4 cm E) 7,2 cm

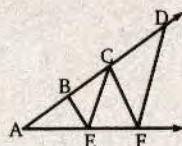
50. En la figura, $AD=2DC=6$ m. Hallar CT.



A) 7 m B) 9 m C) 8 m
D) 10 m E) 11 m

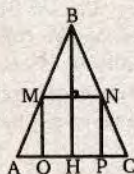
51. En la figura, $\overline{BE} \parallel \overline{CF}$ y $\overline{CE} \parallel \overline{DF}$, $AB=3$ cm y $AD=12$ cm. Hallar BC.

A) 2 cm
B) 3 cm
C) 4 cm
D) 5 cm
E) 1 cm



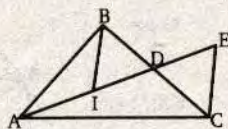
52. En la figura, QMNP es un cuadrado, $AC=15$ m y $BH=30$ m. Hallar NP.

A) 10 m
B) 8 m
C) 12 m
D) 9 m
E) 11 m



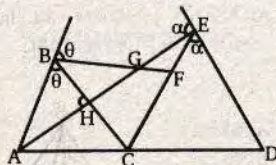
53. En la figura, I es incentro y E es excentro del triángulo ABC. Si $AI=15$ cm y $DE=10$ cm, hallar ID.

A) 5 cm
B) 8 cm
C) 10 cm
D) 7 cm
E) 9 cm



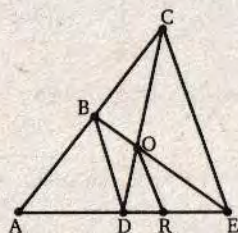
54. En la figura, $3BH=2BG$ y $4CD=5AC$.

Hallar $\frac{HG}{CE}$.



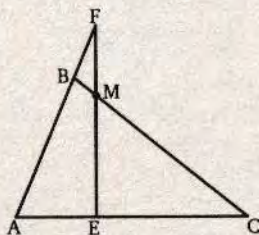
A) $\frac{3}{5}$ B) $\frac{1}{5}$ C) $\frac{2}{5}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

62. En la figura mostrada se cumple que:
 $\overline{BD} \parallel \overline{CE} \parallel \overline{OR}$. Si $DR=a$ y $RE=b$,
entonces la longitud de $\overline{AD}$ es:



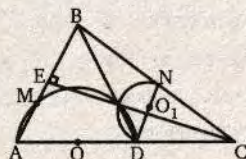
- A) $\frac{ab}{a+b}$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $2\sqrt{ab}$
D) $\frac{a(a+b)}{b-a}$ E) $\sqrt{a^2+b^2}$

63. En la figura $EM=MF$. Se puede
determinar MC si:
(1) $AB=12u$ y $BF=8u$
(2) $BM=3u$



- A) (1) por si sola
B) (2) por si sola
C) Ambas juntas, (1) y (2)
D) Cada una por si sola, (1) ó (2)
E) Se requiere información adicional.

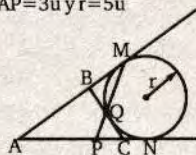
64. En la figura mostrada los puntos O y
 O_1 son los centros de las semi-
circunferencias.
Si $3AM=8ME$, $BE=2EM$ y $NC=11u$,
entonces la longitud (en u) de $\overline{BN}$ es:



- A) 18 B) 16 C) 14
D) 12 E) 20

65. Para hallar la longitud del segmento
 $\overline{CN}$ en la figura mostrada, es necesario
conocer:

- (1) P punto medio de $\overline{AN}$ y $AP=3u$
(2) $AP=3u$ y $r=5u$



- A) (1) por si sola
B) (2) por si sola
C) Ambas juntas (1) y (2)
D) Cada una por si sola (1) ó (2)
E) Falta información

66. En un triángulo isósceles
 ABC ($AB=BC$), $m\angle ABC=36^\circ$ y
 $AB=2u$. Entonces, la longitud (en u)
de una de las bisectrices interiores
congruentes del triángulo isósceles
es:

- A) $\sqrt{5}-1$ B) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ C) $\sqrt{3}-1$
D) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$ E) $\frac{\sqrt{3}-1}{4}$

67. En un triángulo equilátero ABC, se inscribe una circunferencia. Luego se traza una recta tangente a la circunferencia, que intercepta a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$. Se trazan las perpendiculares AA_1 y BB_1 a la recta tangente. Si $\overline{AA_1} = a$ y $\overline{BB_1} = b$, entonces la longitud del radio de la circunferencia es:

A) $\frac{a^2 + b^2 - ab}{a - b}$

$$\text{B) } \frac{a^2 + b^2 - ab}{2(a - b)}$$

C) $\frac{2ab}{a+b}$

D) $2\sqrt{ab}$

E) $\frac{a^2 + b^2 - ab}{3(a - b)}$

68. En un triángulo ABC, se trazan la altura $\overline{BM}$ y en los triángulos AMB y BMC las alturas $\overline{MP}$ y $\overline{MQ}$ respectivamente ($\overline{PQ} \cap \overline{BM} = \{E\}$). Calcular EM, si $BM = HM = 3$. (H es el ortocentro del triángulo ABC)

A) 1.5

B) 1,8

C) 2

D) 2,25

E) 2,5

69. En un triángulo ABC, se inscribe el cuadrado MNPQ ($M \in \overline{AB}$ y $N \in \overline{BC}$) y el lado $\overline{PQ}$ está contenido en $\overline{AC}$. Si $AC=b$ y la longitud del lado del cuadrado es:

A) $\frac{bh}{b+h}$

$$B) \frac{2bh}{b+h}$$

C) $\sqrt{bh}$

D) $2\sqrt{bh}$

E) $\frac{4bh}{b+h}$

70. En un rectángulo ABCD, en el lado $\overline{AD}$, se ubican los puntos **P** y **Q** talque $\overline{AP} \cong \overline{PQ} \cong \overline{QD}$. La diagonal $\overline{AC}$ intercepta a $\overline{BP}$ en **E** a $\overline{BQ}$ en **F**. Si $AC = 20u$, entonces la longitud (en **u**) de $\overline{EF}$ es:

A)1

B) 1.5

C) 2

D) 2.5

E) 3

71. En un trapecio $ABCD(\overline{BC}/\overline{AD})$ se tiene que $AB=5$, $BC=6$, $CD=7$ y $AD=10$. Un segmento limitado por los lados no paralelos, determina dos trapecios. Calcular la longitud de dicho segmento si las regiones limitadas por los trapecios mencionados tienen igual perímetro.

A) 25/3

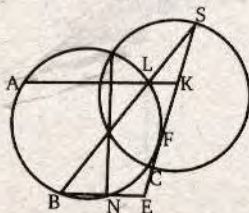
B) 26/3

C) 28/3

D) $24/5$

E) 32/5

72. Según el gráfico,
 $m\widehat{AB} = m\widehat{BC}$, $4(LS) = 5(BC)$,
 $EC = 12\text{cm}$. Calcular LK



A) 13 cm

B) 15 cm

C) 16 cm

D) 18 cm

E) 24 cm

73. En un triángulo ABC:
 $m \angle ABC = 90^\circ + m \angle BAC$
 Se trata la altura CH. Si $AB = 5u$ y $BH = 4u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{CH}$ es:

A)5

B) 6

C) 6,5

D) 8

E) $2\sqrt{5}$

74. En un $\triangle ABC$ se traza la bisectriz interior $\overline{BP}$ ($P \in \overline{AC}$), luego por el punto medio de $\overline{BP}$ se traza una recta secante que intercepta a $\overline{AB}$ en E, a $\overline{BC}$ en D y a la prolongación de $\overline{CA}$ en F.
Si $BC = 12u$, $AB = 8u$ y $AC = 3AF$, entonces la longitud (en u) de $\overline{BD}$ es:

A) $\frac{132}{31}$ B) $\frac{132}{41}$ C) $\frac{130}{31}$
D) $\frac{130}{41}$ E) $\frac{142}{31}$

75. En un cuadrilátero ABCD, se ubican M y N puntos medios de las diagonales $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente. Luego trazamos la recta que pasa por M y N e intersecta a los lados $\overline{AD}$ y $\overline{BC}$ en los puntos P y Q y a la prolongación de $\overline{CD}$ en el punto F. Si $AP = a$, $PD = b$ y $BQ = c$, entonces CQ es:

A) $\frac{bc}{2p}$ B) $\frac{ac}{b}$ C) $\frac{ab}{c}$
D) $a + b - c$ E) $b + c - a$

76. En un $\triangle ABC$ sus lados miden: $AB = c$; $BC = a$ y $AC = b$. Por el incentro I se trazan rectas paralelas a un los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, dichas rectas paralelas interceptan al lado $\overline{AC}$ en los puntos M y N. Entonces, la longitud del segmento MN es:

A) $\frac{ab}{2p}$ B) $\frac{ac}{2p}$ C) $\frac{c^3}{2p}$
D) $\frac{a^2}{2p}$ E) $\frac{b^2}{2p}$

77. En un $\triangle ABC$; $m\angle ACB = 120^\circ$. Se traza la bisectriz interior $\overline{CF}$ ($F \in \overline{AB}$). Si $BC = a$ y $AC = b$, entonces la longitud de $\overline{CF}$ es:

A) $\frac{ab}{a+b}$ B) $\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$
C) $\frac{2ab}{a+b}$
D) $2\sqrt{ab}$ E) $\frac{a^2+b^2}{a+b}$

78. En un $\triangle ABC$ isósceles ($\overline{AB} \cong \overline{BC}$) se traza la altura $\overline{BH}$, se ubica el punto P en $\overline{BH}$.

Por el punto P se trazan las rectas L_1 y L_2 que interceptan a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos M, N, P y Q respectivamente ($P \in \overline{BM}$ y $N \in \overline{BQ}$). Si $BP = a$, $BM = b$ y $BN = c$, entonces

$\frac{1}{BQ}$ es:

A) $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} - \frac{1}{c}$ B) $\frac{1}{b} + \frac{1}{c} - \frac{1}{a}$
C) $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} - \frac{1}{b}$
D) $\frac{bc}{a}$ E) $\frac{ac}{b}$

79. En un $\triangle ABC$, su lados miden: $AB = c$, $BC = a$ y $AC = b$ ($c < a$). Se trazan las bisectrices interior y exterior $\overline{BH}$ y $\overline{BP}$ ($D \in \overline{AC}$ y $P \in \overline{AC}$). Entonces, la longitud de $\overline{DP}$ es:

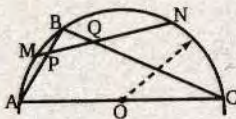
A) $\frac{2abc}{a^2 - c^2}$ B) $\frac{abc}{c^2 - a^2}$ C) $\frac{2ac}{b}$
D) $\frac{2ac}{a+c}$ E) $\frac{2abc}{c^2 - a^2}$

88. En el interior de un $\triangle ABC$ se ubica el punto D, en los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos E y F respectivamente tal que:
 $DB=DE=DF$ y $m\angle ABD=m\angle DEC=90^\circ$.
 Una recta trazada por F perpendicular a $\overline{DF}$ divide a $\overline{EC}$ en dos segmentos $\overline{ET}$ y $\overline{TC}$ ($T \in \overline{EC}$). Si $TC=2ET$ y $AB=5$ u, entonces la longitud de $\overline{EC}$ es:

A) 3 u B) 4 u C) 5 u
 D) 6 u E) 7 u

89. En el triángulo ABC, se traza la ceviana interior $\overline{BN}$, además, $AB=6$, $AN=2$ y $m\angle ACB=2(m\angle ABN)$, calcule $BC+CN$.
 A) 8 B) 10 C) 12
 D) 14 E) 16

90. Del gráfico, $m\widehat{AM}=m\widehat{BM}$, $m\widehat{BN}=m\widehat{CN}$ además $(MP)(QN)=2$, Calcule PQ.

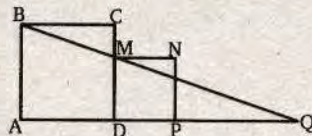


A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$
 D) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ E) 4

91. En un triángulo ABC, $2(BC)=3(AB)$, se traza la ceviana interior BD, tal que, $m\angle ABD=3(m\angle DBC)$ y $m\angle BAD+m\angle DBC=90^\circ$. Calcule $\frac{AD}{DC}$.

A) $\frac{16}{9}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$
 D) $\frac{6}{5}$ E) 2

92. Del gráfico, ABCD y MNPD son cuadrados, $PQ=2$, $DP=3$, calcule CM.



A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{5}{2}$ C) $\frac{7}{2}$
 D) $\frac{9}{2}$ E) $\frac{11}{2}$

93. Se tiene un rombo ABCD, sobre $\overline{BC}$, se ubica E, tal que, $5(EC)=6(BE)$, y $m\angle EAC=3(m\angle BAE)$, calcule $m\angle BAC$.
 A) 96° B) 98° C) 106°
 D) 120° E) 127°

94. En un triángulo ABC inscrito en una circunferencia, la bisectriz exterior del ángulo B intercepta a la prolongación de AC en el punto F, y en el punto D a la circunferencia circunscrita al triángulo. Si $BC=3u$, $BF=9u$ y $BD=4u$, entonces la longitud (en u) del lado AB es:

A) 8 B) 9 C) 10
 D) 12 E) 15

95. Indique el valor de verdad de las siguientes proposiciones:
 I. Dos triángulos equiláteros son semejantes.
 II. Dos triángulos rectángulos isósceles, son semejantes.
 III. Dos polígonos regulares, son semejantes.
 A) VVV B) VVF C) FFF
 D) FFF E) VFF

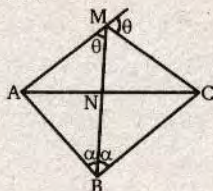
96. En un triángulo ABC, se trazan las cevianas interiores $\overline{BP}$ y $\overline{BQ}$ tal que:
 $m\angle ABP = m\angle PBQ = m\angle QBC$

Si $\frac{AP}{PQ} = \frac{3}{2}$ y $\frac{PQ}{QC} = \frac{4}{5}$, entonces

$m\angle ABC$ es:

- A) 75 B) 90 C) 105
 D) 120 E) 135

97. Del gráfico, $2(BC) = 3(AB)$, $MN = 2$, calcule MC.



- A) 3 B) 4 C) 5
 D) 6 E) 7

98. En una circunferencia de diámetro $\overline{AB}$ se traza la cuerda $\overline{AC}$. Desde el punto C se traza el rayo perpendicular al diámetro $\overline{AB}$, que intercepta a la prolongación de la cuerda $\overline{AH}$ en el punto N. Si $AH = 25u$ y $HN = 11u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{AC}$ es:

- A) 25 B) 26 C) 30
 D) 32 E) 35

99. En un triángulo isósceles ABC, se dibuja una semicircunferencia tangente a los lados congruentes y con centro en la base $\overline{AC}$. Una recta $\overline{LL'}$ tangente a la semicircunferencia intercepta a los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ en los puntos M y N.
 Si $AM = 4u$ y $CN = 9u$, entonces la longitud (en u) de $\overline{AC}$ es:

- A) 8 B) 10 C) 12
 D) 16 E) 13

100. En un trapecio isósceles ABCD ($\overline{AD} // \overline{BC}$), se inscribe una circunferencia. En las prolongaciones de $\overline{BA}$ y $\overline{BC}$ se ubican los puntos M y N respectivamente, tal que $\overline{MN}$ es tangente a la circunferencia. La recta $\overline{MN}$ intercepta a los lados $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ en los puntos E y F. Si $EF = b$ y $FN = a$, entonces la longitud de $\overline{ME}$ es:

- A) $\frac{a+b}{a-b}$ B) $\frac{2ab}{a+b}$ C) $3\sqrt{ab}$
 D) $\frac{a(a+b)}{a-b}$ E) $\frac{b(a+b)}{a-b}$



CLAVES

1	C
2	B
3	D
4	E
5	A
6	C
7	E
8	E
9	D
10	D
11	C
12	A
13	C
14	B
15	D
16	E
17	B
18	C
19	E
20	C
21	B
22	C
23	B
24	C
25	C

26	A
27	C
28	C
29	D
30	C
31	C
32	C
33	D
34	C
35	B
36	B
37	B
38	A
39	C
40	A
41	E
42	C
43	B
44	D
45	B
46	D
47	A
48	A
49	E
50	B

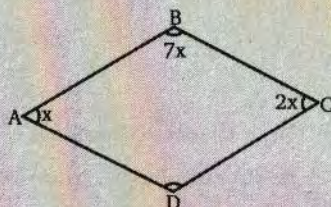
51	B
52	A
53	A
54	C
55	E
56	B
57	C
58	C
59	E
60	A
61	D
62	B
63	C
64	B
65	A
66	A
67	E
68	C
69	A
70	E
71	B
72	B
73	B
74	A
75	B

76	E
77	A
78	B
79	A
80	B
81	C
82	B
83	B
84	B
85	C
86	B
87	B
88	C
89	E
90	B
91	A
92	D
93	C
94	D
95	B
96	B
97	C
98	C
99	C
100	E

EXÁMENES DE ADMISIÓN UNI - UNMSM

UNI - 2005 - I

PROBLEMA 01: En la figura mostrada, si $BC=CD=AD$, encuentre x .



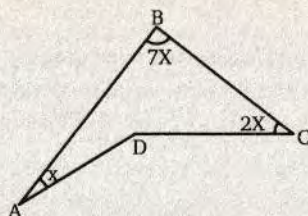
- A) 12°
D) 20°

B) 15°

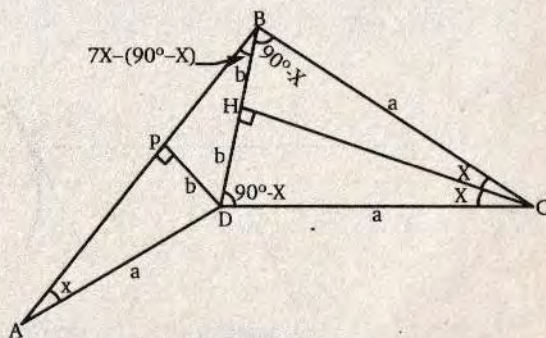
- C) 18°
E) 30°

Resolución:

Graficando el cuadrilátero de acuerdo a las proposiciones de los ángulos que se indican:



De BD trazamos una línea por formar un triángulo equilátero pues $BC=DC$. También trazamos la línea DP perpendicular a AB, y luego colocamos los ángulos.



El triángulo rectángulo HCD es congruente (igual) al triángulo PAD.

$$\Rightarrow HD = PD = b$$

En el triángulo rectángulo PBB, por pitágoras:

$$\begin{aligned} PB &= \sqrt{(2b)^2 - b^2} \\ &= \sqrt{3}b \end{aligned}$$

De lo anterior se deduce que el triángulo rectángulo PBA, es notable de 30° y 60° , luego:

$$7x - (90 - x) = 30^\circ$$

$$8x - 90^\circ = 30^\circ$$

$$x = 15^\circ$$

Rpta.: B

PROBLEMA 02:

En un triángulo ABC se cumple que $AB=BC=10$ cm y $AC=12$ cm.

Encuentre la longitud, en cm, de la circunferencia que pasa por los puntos A y C sabiendo que los lados $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son tangentes a dicha circunferencias.

A) 5π

B) 10π

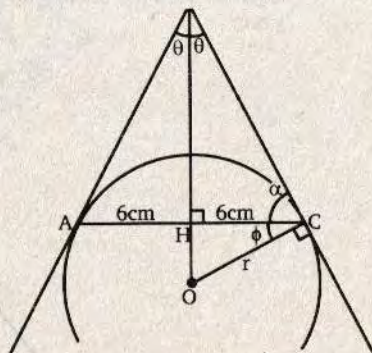
C) 15π

D) 20π

E) 25π

Resolución:

Del enunciado:



Por propiedad :

$OC \perp BC$

Por la longitud de sus lados el triángulo rectángulo

HBC es notable de: $\theta = 37^\circ$ y $\alpha = 53^\circ$

En el punto C: $\phi = 90^\circ - \alpha$
 $= 90^\circ - 53^\circ$
 $= 37^\circ$

Luego en el triángulo HCO:

$$\sec 37^\circ = \frac{OC}{HC}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{r}{6 \text{ cm}}$$

$$\Rightarrow r = \frac{15}{2} \text{ cm}$$

Calculo de la longitud de la circunferencia:

$$L = 2\pi r = 2\pi \left(\frac{15}{2} \text{ cm} \right) = 15\pi \text{ cm}$$

Rpta.: C

PROBLEMA 03:

Con base en una de dos rectas paralelas se constituye el triángulo ABC de base AC=16 m. Por el punto Q en $\overline{AB}$ se traza otra paralela a las rectas determinado en el lado BC el punto R tal que BR y RC están en la proporción de 1 a 3. Si el área del triángulo ABC es 192 m^2 , determine el área del triángulo QBR.

A) 8 m^2

B) 10 m^2

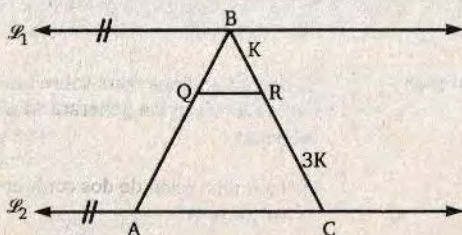
C) 12 m^2

D) 20 m^2

E) 24 m^2

Resolución:

Del enunciado:



Resolución:Donde : $\mathcal{L}_1 // \mathcal{L}_2 // QR$ Datos : $AC = 16\text{ m} ; A_{\Delta ABC} = 192\text{ m}^2$

Como: $AC // QR$, entonces los triángulos ABC y QBR son proporcionales.
 Por definición se sabe que las áreas de triángulos congruentes son proporcionales al cuadrado de una de sus lados, luego :

$$\frac{A_{\Delta QBR}}{A_{\Delta ABC}} = \frac{(k)^2}{(k+3k)^2}$$

$$\Rightarrow A_{\Delta QBR} = \frac{1}{16} \times A_{\Delta ABC}$$

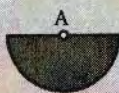
$$\text{(Por dato :)} \quad = \frac{1}{16} \times (192\text{ m}^2)$$

$$= 12\text{ m}^2$$

Rpta.: C**PROBLEMA 04:**

A la región plana representada en (a) le falta el punto A; la de (b) le faltan los puntos C y D a la de (C) le falta su circunferencia frontera. ¿Cuáles de las siguientes proposiciones son correctas?

- I. La intersección de los conjuntos en (a) y (b) es un conjunto no convexo.
- II. La intersección de los conjuntos en (b) y (C) es un conjunto convexo.
- III. La intersección de los conjuntos en (a), (b) y (C) es un conjunto convexo.



(a)



(b)



(C)

A) I y III

B) II y III

C) Solo III

D) Solo I

E) Solo II

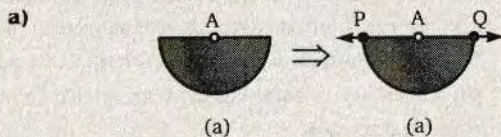
Resolución:

"Si se traen una línea recta sobre una superficie plana convexa (conjuntos convexos), la intersección generará sólo un segmento de recta".

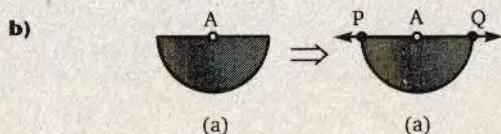
Teoremas :

- 1) "La intersección de dos conjuntos convexos da como resultado otro conjunto convexo"

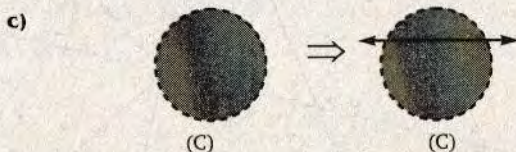
- 2) "La intersección de un conjunto convexo, con otro no convexo, genera otro conjunto que puede ser convexo o no convexo".
Analizando cada uno de los conjuntos del enunciado :



Si trazamos una línea recta L sobre la parte superior, se genera dos segmentos de recta PQ y AQ , por tanto este conjunto no es convexo.



Si trazamos una línea recta sobre la parte superior se genera un sólo segmento de recta, por tanto este conjunto es convexo.



Si trazamos una recta L por cualquier parte del área plana, siempre se obtendrá como intersección un sólo segmento de recta; por tanto este conjunto **es convexo**.

De la proposiciones:

- I) La intersección del conjunto (a) (no convexo) con el conjunto (b) (convexo), por el teorema 2, da como resultado un conjunto que pueda ser convexo o no convexo. La proposición es Falsa.
- II) La intersección del conjunto (b) (convexo) con el conjunto (c) (convexo), por el teorema 1, da como resultado un conjunto convexo. La proposición es VERDADERA.
- III) La intersección del conjunto (a) (no convexo), conjunto (b) (convexo) y el conjunto (c) (convexo); da como resultado un conjunto que puede ser convexo o no convexo. La proposición es FALSA.

Rpta.: E

PROBLEMA 05: Sea el trapezio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ y $BC < AD$).

Por el punto de intersección de la diagonal del trapezio se traza una recta $\mathcal{L}$ que interseca a $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ en P y Q respectivamente, que se encuentra en el mismo semiplano con respecto a la recta que contiene a la mediana del trapezio. Si AA' , BB' , CC' y DD' son las distancias de los vértices a la recta $\mathcal{L}$ y $AA' + DD' = a$, $BB' + CC' = b$, calcule la distancias del punto medio de la mediana del trapezio del trapezio al arecta $\mathcal{L}$.

A) $\frac{a+b}{8}$

B) $\frac{a-b}{8}$

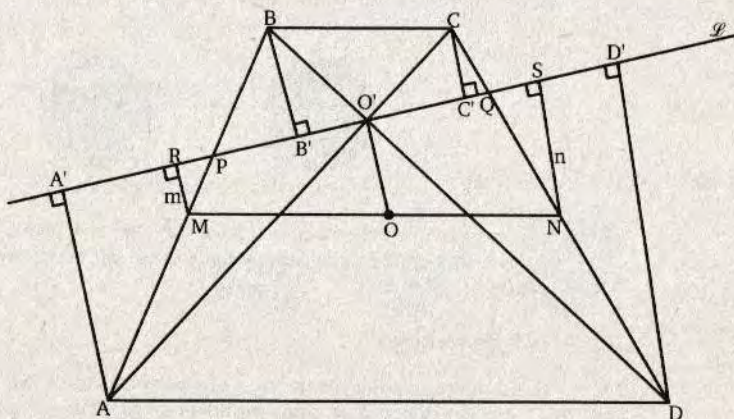
C) $\frac{a+b}{4}$

D) $\frac{a-b}{4}$

E) $\frac{a+b}{6}$

Resolución:

Graficando según el enunciado y adicionando los segmentos MP y NS perpendiculares a $\mathcal{L}$.



Datos :

$$AA' + DD' = a$$

$$BB' + CC' = b$$

Por teorema :

$$\frac{AA' + BB'}{2} = m$$

$$\frac{DD' - CC'}{2} = n$$

Sumando miembro a miembro:

$$\frac{AA' + BB'}{2} + \frac{DD' - CC'}{2} = m + n$$

$$\frac{AA' + DD' - (BB' + CC')}{2} = m + n$$

Dato.

$$\frac{a - b}{2} = m + n \quad \dots (*)$$

En el cuadrilátero MRSN, en la base media OO' se cumple:

$$OO' = \frac{m + n}{2}$$

De (*):

$$\begin{aligned} & \frac{a - b}{2} \\ &= \frac{2}{2} \\ &= \frac{a - b}{4} \end{aligned}$$

Rpta.: D

NUESTRAS PUBLICACIONES

LIBROS



RESÚMENES TEÓRICOS



TEMAS SELECTOS



*El que ama la instrucción
ama la sabiduría. Prov. 12.1*

PEDIDOS: 528 - 1921 / 423 - 8072



T. S.	TEMA
1	Segmentos - Ángulos
2	Triángulos (Propiedades, Clasificación, Congruencia y Aplic.)
3	Cuadriláteros - Polígonos
4	Circunferencia (Propiedades, ángulos de la circunferencia, cuadriláteros inscrito e inscriptible, posiciones relativas)
5	Proporcionalidad y Semejanza Triángulos - R. M. Circunferencia
6	Relaciones Métricas en Triángulos y en Cuadriláteros
7	Áreas (Triangulares - Cuadrangulares y Circulares)
8	Rectas y Planos - Diedros y Triedros
9	Poliedros y Poliedros Regulares
10	Prisma - Pirámide
11	Cilindro - Cono
12	Esfera - Teorema de Pappus
13	Polígonos Regulares - Simetría - Longitud de la Circunferencia
14	Conjuntos Convexos